

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА**

ГЕОМЕТРИЧНА КРИСТАЛОГРАФІЯ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

ЧАСТИНА 3

ЛЬВІВ – 2015

Геометрична кристалографія. Ч. 3: навч. посібник для студентів ОКР «Бакалавр» напрям 6.040103 – геологія / укл.: Н.О. Словотенко, І.Т. Бакуменко. – Львівський національний університет імені Івана Франка, 2015. – 56 с.

Укладачі: кандидат геологічних наук, доцент *Н.О. Словотенко*
кандидат геолого-мінералогічних наук,
доцент *І.Т. Бакуменко*

Рецензент: доктор геолого-мінералогічних наук,
професор *О.І. Матковський*

Відповідальний за випуск: завідувач кафедри мінералогії,
доцент *Л.З. Скакун*

Редактор: *Лариса Сідлович*

*Затверджено
на засіданні Вченої ради
геологічного факультету
(протокол №222/6 від 10.06.2015 р.)*

Тема 14

ОСОБЛИВОСТІ СТРУКТУРИ КРИСТАЛІВ. ГРАТКИ БРАВЕ. ПРАВИЛА БРАВЕ

Перші припущення про зв'язок форми і властивостей кристалів із закономірним розташуванням матеріальних частинок, “молекул”, “корпускул” різної форми (кулястої, еліпсоподібної або поліедричної) зробили Дж. Кардано і Й. Кеплер, І. Ньютон, М.В. Ломоносов, Р.-Ж. Гаюї, В.Х. Волластон та ін. У 1813 р. В.Х. Волластон запропонував замінити поліедричні “молекули” Гаюї у структурах кристалів на математичні точки, які відповідають центрам “молекул”, і цим створив початкові уявлення про кристал як кристалічну ґратку. У 1842 р. М.Л. Франкенгейм у монографії “Вчення про зчеплення” розглянув можливі варіанти взаємного ґратчастого розташування частинок у просторі.

У структурі будь-яких кристалів насамперед звертає на себе увагу закономірне повторювання (трансляційна періодичність) усіх компонентів структури у трьох напрямках. Будь-яка деталь структури (атом, іон, радикал, молекула) переноситься за допомогою *трансляцій* паралельно сама собі, утворюючи тривимірний ґратчастий візерунок кристала. Будь-який кристал будується за законами так званих 14 *ґраток Браве* й 230 *просторових груп симетрії*.

У **ґратках Браве** можна виокремити 14 типів елементарних комірок – паралелепіпедів повторюваності (рис. 1). Комірки відрізняються за формою, симетрією та розташуванням вузлів. Усі вузли в конкретній комірці ідентичні та пов'язані наборами трансляцій. Однотипні елементарні комірки без проміжків контактують суміжними гранями, утворюючи нескінченні тривимірні просторові ґратки. Таким чином, просторові ґратки – це закономірні системи абстрактних точок (вузлів), пов'язаних між собою трансляціями ґраток Браве. Вони розподіляються по 7 сингоніях.

Вузли просторових ґраток Браве у структурах кристалів відповідають центрам ваги однакових атомів або їхніх компактних груп з однаковою (паралельною) взаємною орієнтацією оточуючих сусідів. ґратки Браве в кожній сингонії мають максимально можливу симетрію. У ґратках триклінної сингонії є лише центр симетрії, а у ґратках інших сингоній є набори елементів симетрії планаксіальних видів. Утворення кристалічних структур більш низькосиметричних симетрій не можна пояснити з позицій теорії Браве. З'ясувати особливості симетрії всіх, у тому числі й низькосиметричних кристалів, зміг Є.С. Федоров. Він узяв до уваги, що частинки та

їхні групи у структурах можуть не тільки бути паралельними, але й мати дзеркально-рівну або повернуту одна щодо іншої орієнтацію і водночас бути пов'язані якимись елементами симетрії. Результатом був вивід 230 просторових груп симетрії, можливих у кристалах. За законами 230 просторових (федорівських) груп розташовані нескінченні закономірні системи вузлів (так звані правильні системи точок – *ПСТ*). Вузли *ПСТ* пов'язані між собою трансляціями ґраток Браве та комбінаціями інших можливих у кристалах елементів симетрії. *ПСТ* щодо елементів симетрії конкретної просторової ґратки можуть розташовуватись у різних позиціях. У структурах кристалів різним *ПСТ* відповідають центри ваги різних сортів атомних частинок. Тому численні структури кристалів підпорядковані лише 230 варіантам симетрії просторових груп.

Відповідні набори відблисків на рентгенограмах від атомних сіток конкретної структури можна вважати візитівкою кристалічного стану речовини, оскільки будь-який кристал, навіть позбавлений зовнішньої симетрії, має ґратчасту будову, яка відповідає симетрії однієї з 230 просторових груп симетрії, виведених у 1890 р. Є.С. Федоровим і в 1891 р. А. Шенфлісом. В ідеальних структурах не беруть до уваги окремі дефекти і наявність граней, які обмежують безмежну просторову ґратку, і припускають статистично однакове розміщення однотипних матеріальних частинок.

Серед безлічі можливих трансляцій як головні О. Браве обрав трансляції однієї з 14 елементарних комірок, з яких будуються 14 просторових ґраток Браве. Вони виведені ним у 1850 р. в “Мемуарі про систему точок, правильно розподілених на площині й у просторі”. Раніше М.Л. Франкенгейм вивів 15 типів за суттю аналогічних ґраток (зайву дублюючи моноклінну ґратку він розглядав у іншій установці). Таким чином, М.Л. Франкенгейм і О. Браве започаткували теорію ґратчастої будови кристалів.

Завдяки трансляційній будові будь-яка просторова ґратка має **дві властивості**: 1) через будь-які два найближчі вузли (1 і 2) можна провести ряд просторової ґратки з періодом ідентичності (або трансляцією) T_{1-2} ; 2) через будь-який вузол, який лежить за межами даного ряду, проходить паралельний ряд, ідентичний першому. Як наслідок, у просторовій ґратці Браве утворюється нескінченна сукупність закономірно розташованих вузлів, рядів і плоских сіток.

Характеристикою одновимірної ґратки є проміжок (інтервал) вузлового ряду, для двовимірної – такою характеристикою є паралелограм із ребрами a і b , а для тривимірної – паралелепіпед із

ребрами a , b і c . Такі паралелепіпеди повторюваності (ідентичності) мають відповідати сингонії кристала. Їх називають також **елементарними комірками** просторової ґратки. Кожній просторовій ґратці відповідає певна елементарна комірка. Ці комірки заповнюють весь кристалічний простір без проміжків.

Вибір комірки у двовимірній, а тим більше у тривимірній ґратці не буде однозначним, оскільки кожний вузол можна вважати початковою точкою для нескінченної множини трансляційних векторів (рядів). Тому повторювані комірки, котрі можна виділити в одній просторовій ґратці, будуть відмінними або лише за формою, або за формою й розмірами. Звичайно обирають характеристичні комірки, ребра яких збігаються з **особливими напрямками** максимальної симетрії та, по можливості, з мінімальними міжвузловими відстанями. Їх називають **комірками Браве**. Ребра комірок Браве приймають за кристалографічні координатні осі. Комірки, в яких вузли містяться тільки у вершинах, називають **примітивними** (пустими). **Непримітивні** комірки містять додаткові вузли в межах примітивної комірки.

Чотирнадцять можливих типів тривимірних комірок і відповідних їм ґраток (рис. 1) були названі ім'ям О. Браве, котрий теоретично вивів їх задовго до їхнього використання під час інтерпретації дифракції рентгенівських променів на кристалах. Ґратки Браве відіграють величезну роль у кристалографії, оскільки будь-який кристал будується за принципом однієї (для простих речовин) або системи однакових трансляційних ґраток (підґраток), вставлених одна в одну в паралельному положенні (для складних речовин). Кількість вставлених підґраток узгоджується з кількістю різних сортів атомів у структурі. Трамбування складних структур як систем підґраток Браве є певним спрощенням: початок координат **єдиної** ґратки Браве можна помістити між центрами частинок різного сорту, і ця ґратка також буде пов'язувати всі еквівалентні частинки.

Будь-який ряд вузлів у ґратці є можливим матеріалізованим ребром кристала, плоска сітка – можливою матеріалізованою гранню, а окремий вузол – вершиною ограненого кристала. У будь-якій ґратці можна провести нескінченну множину паралельних рядів з однаковими періодами ідентичності. Двома рядами, що перетинаються, визначається та чи інша плоска сітка. У ґратці є нескінченна множина однакових сіток і паралельних їм можливих граней кристала. Ріст кристалів зводиться до послідовного паралельного нашарування на наявні грані кристала нових плоских

сіток. Кілька плоских сіток, що перетинаються, утворюють можливу зовнішню форму кристала. З нескінченної множини можливих форм огранування природа здійснює звичайно досить нечисленні, найпростіші типи форм, які відповідають в умовах термодинамічної рівноваги мінімумові поверхневої енергії кристала (правило Гіббса–Кюрі–Вульфа).

Найбільш загальною **характеристикою просторової ґратки** є *розмір* ребер елементарних комірок, визначений трьома відстанями a_0 , b_0 , c_0 між окремими вузлами, і *форма*, яка задається міжреберними кутами α , β , γ . Ці характеристики називають **параметрами ґратки**. Ґратка з елементарною низькосиметричною коміркою у формі неправильного паралелепіпеда з трьома різними міжреберними кутами $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$ називається *триклінною ґраткою*. Ця ґратка має лише центр симетрії $\bar{1}$.

Шляхом відповідних змін (деформацій) величин a_0 , b_0 , c_0 та кутів α , β , γ виводять решту можливих примітивних елементарних комірок для всіх сингоній. Якщо зберегти нерівність міжвузлових відстаней ($a_0 \neq b_0 \neq c_0$) і кута $\beta \neq 90^\circ$, але прирівняти $\alpha = \gamma = 90^\circ$, приходимо до *моноклінної ґратки*. Різні міжвузлові відстані a_0 , b_0 , c_0 , але однакові кути $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ створюють *ромбічну ґратку*. З ромбічної ґратки, якщо урівняти дві міжвузлові відстані ($a_0 = b_0 \neq c_0$), одержуємо *тетрагональну ґратку*. Рівність усіх міжвузлових відстаней ($a_0 = b_0 = c_0$) перетворює тетрагональну ґратку на *кубічну* (рис. 1). Симетрія кожної з цих п'яти елементарних комірок відповідає голоедрії (повногранній формі) відповідних сингоній. Різновидом примітивної є косокутна *ромбоедрична R-ґратка*, для якої характерні рівні ребра ($a_0 = b_0 = c_0$) і міжреберні кути ($\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$).

Особливе місце посідає *гексагональна R-ґратка*. Для кращого виявлення симетрії кристала її складають з трьох ромбо-призматичних ґраток ($a_0 = b_0 \neq c_0$, $\gamma = 120^\circ$), об'єднаних у гексагональну призму. Раніше цю примітивну ґратку розглядали як базоцентровану.

Виведені таким чином сім елементарних комірок із вузлами лише у вершинах називають *примітивними*. Форма примітивних комірок, яка визначена міжреберними кутами α , β , γ , відповідає семи сингоніям (грецьке слово *сингонія* означає подібнокутність). Обґрунтував і розвинув поняття про сім сингоній у царині кристалів Х.С. Вейс. Усі розглянуті примітивні ґратки, окрім триклінної, мають симетрію планаксіальних видів відповідних сингоній.

Поряд із примітивними для виявлення симетрії кристалів зручно користуватись *непримітивними* ґратками (з додатковими вузлами в центрі граней або в середині елементарної комірки). Детальний теоретичний вивід 14 примітивних і непримітивних тривимірних ґраток Браве з підрахунком числа вузлів у них дається в практичному курсі “Геометричної мікрокристалографії” Ю.Г. Загальської й Г.П. Литвинської.

Для *підрахунку числа вузлів* у різних *просторових ґратках* достатньо таких зауважень. Число вузлів, яке припадає на елементарну комірку (їх **кратність**), залежить від числа сусідніх комірок, з якими контактує певний вузол. Вузол у центрі елементарної комірки повністю належить цій комірці. Вузол на грані (границі між двома сусідніми комірками) належить обом коміркам, а даній комірці – лише наполовину. Вузли на ребрах межують із чотирма комірками і належать даній комірці лише на одну чверть (вносять пай $1/4$). Вершинні вузли контактують з вісьмома комірками та вносять у дану комірку пай $1/8$. Таким чином, вузли, які розташовані в центрі комірки, – повністю належать даній комірці, вузли, розташовані на гранях ґраток Браве, лише наполовину належать даній комірці, розташовані на ребрах комірок – на $1/4$, у вершинах комірок – лише на $1/8$. На кожну примітивну комірку, окрім гексагональної, припадає один вузол, оскільки кожна з восьми вершин належить восьми сусіднім коміркам ($\frac{1}{8} \times 8 = 1$).

Непримітивні комірки (з додатковими вузлами) відрізняються від примітивних числом вузлів, що припадають на комірку при збереженні її симетрії.

Якщо в центр кубічної примітивної комірки помістити ще один вузол, ідентичний вузлам у її вершинах, то одержимо *об’ємноцентровану* елементарну комірку з двома еквівалентними вузлами: один – у центрі, другий – від восьми вершин ($\frac{1}{8} \times 8$), спільних зі сусідніми комірками. У примітивній ґратці кожен вузол має 6 *найближчих* сусідніх вузлів; у розглянутій об’ємноцентрованій комірці кожен вузол оточений 8 найближчими вузлами (рис. 1).

Оскільки в об’ємноцентрованій комірці є два еквівалентних вузли, її називали *двічі примітивною* коміркою. На відміну від примітивної комірки, яку позначають буквою *P* (*primitive*), об’ємноцентровану комірку позначають буквою *I* (*innen, inter*).

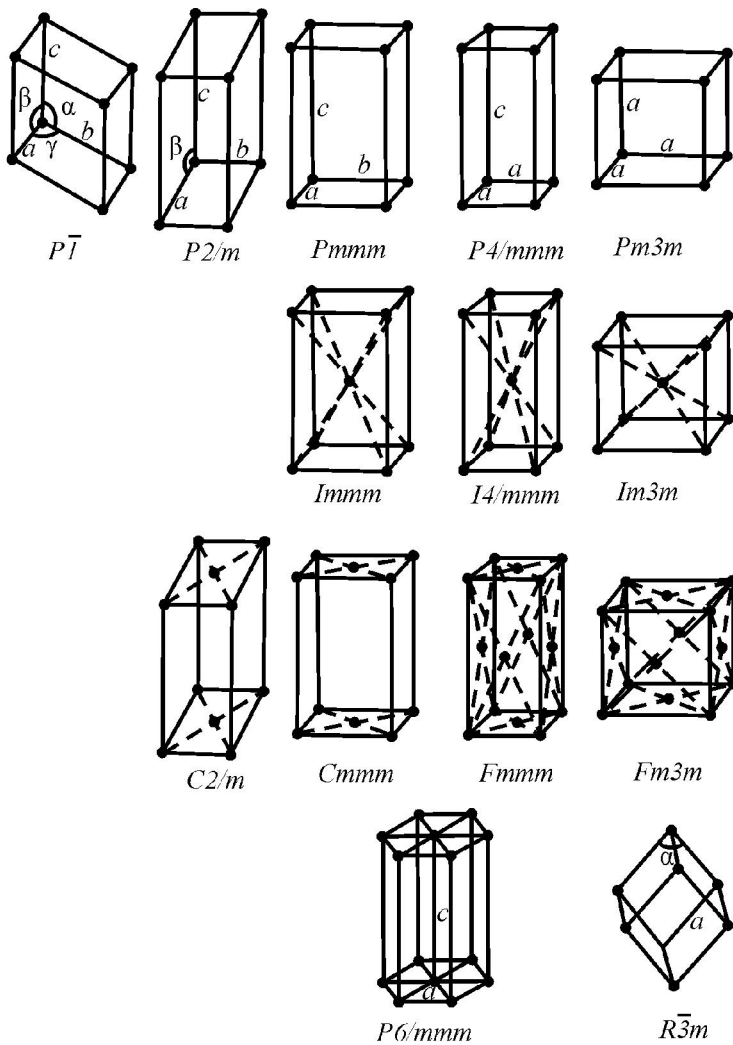


Рис. 1. Чотирнадцять елементарних комірок у ґратках Браве та їхня симетрія

Кубічна *гранецентрована* комірка має додаткові вузли в середині всіх граней. При цьому, як і в попередньому випадку, зберігається симетрія примітивної елементарної комірки. Ця комірка містить чотири еквівалентні вузли: один від восьми вершин куба ($\frac{1}{8} \times 8$) і три ($6 \times \frac{1}{2}$) від вузлів, що центрують грані, спільні для

двох сусідніх комірок. Гранецентровану комірку й відповідну ґратку Браве позначають буквою F (*face, Fläche*).

Об'ємноцентрованими можуть також бути тетрагональна і ромбічна елементарні комірки (для останньої можливий також і гранецентрований варіант) (рис. 1).

Двічі примітивними будуть також *базоцентровані С-комірки* в ромбічній і моноклінній просторових ґратках. У них вузли, еквівалентні вершинним, додатково розміщені в центрах базопінакоїдальних граней (рис. 1). Сюди ж як різновид потрібно віднести бокоцентровані ромбічні A - і B -комірки, центровані по передніх або бічних пінакоїдальних гранях.

Окрім розглянутих 12 просторових ґраток, є ще дві, вже згадані вище, які характеризують кристали тригональної й гексагональної сингоній, – *ромбоєдрична* та *гексагональна*.

Косокутну *ромбоєдричну* елементарну комірку можна одержати з кубічної шляхом деформації (розтягу або стиснення) по одній з потрібних осей симетрії. У результаті форму та розмір ромбоєдричної комірки визначають кут α між однаковими привершинними ребрами ромбоєдра й розміри ребер – a_0 (рис. 1).

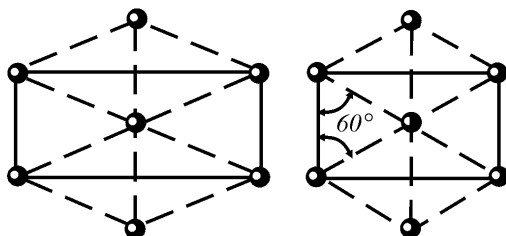


Рис. 2. Одержання гексагональної комірки з ромбічної базоцентрованої комірки (проекція $\perp$ осі Z)

Гексагональну елементарну комірку (рис. 1) й відповідну їй просторову ґратку можна вивести з ромбічної базоцентрованої C -комірки, якщо кут між вузловими рядами базопінакоїдальної плоскої сітки зробити рівним 60° (рис. 2). Таку гексагональну комірку раніше позначали буквою C (центрованою по базопінакоїдальних сітках). Прямокутну (ортогексагональну) C -комірку тепер вживають рідко. На рис. 2 вона виділена суцільними лініями. Разом з тим гексагональну ґратку Браве можна побудувати з *примітивних комірок* у вигляді призм із ромбічним перерізом і кутами 60° і 120° (рис. 2 – штрихові лінії). Цю гексагональну комірку називають гексагональною P -коміркою. Зв'язок між ромбічною та гексаго-

нальною просторовими ґратками знаходить своє відображення у досить поширеному псевдогексагональному вигляді кристалів і двійників деяких ромбічних кристалів (наприклад, арагоніту).

Необхідно відмітити, що об'ємно- та гранецентровані кубічні комірки можна звести до примітивних ромбоєдричних комірок: першу – з тупим ромбоєдром і кутом $\alpha = 109^\circ 28'$, а другу – з гострим ромбоєдром і кутом $\alpha = 60^\circ$ (рис. 3). Але симетрію кристалів кубічної сингонії краще підкреслюють кубічні непримітивні ґратки, ніж примітивні ромбоєдричні. Такий зв'язок між кубічною та ромбоєдричною просторовими ґратками пояснює псевдокубічний вигляд деяких ромбоєдричних кристалів (наприклад, шабазиту – $R\bar{3}m$).

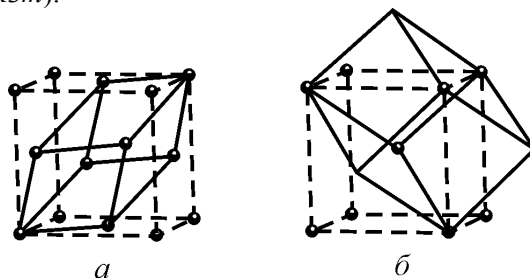


Рис. 3. Виділення примітивної ромбоєдричної комірки в кубічних ґратках Браве: *a* – у гранецентрованій; *б* – в об'ємноцентрованій

Звертаємо увагу, що обираються лише ті паралелепіпеди повторюваності (елементарні комірки) ґраток Браве, які задовольняють такі **правила Браве**:

- ✓ сингонія обраної елементарної комірки має відповідати сингонії всієї комірки;
- ✓ кількість рівних ребер і міжреберних кутів в елементарній комірці має бути максимальною;
- ✓ за наявності прямих кутів між ребрами елементарної комірки їхня кількість має бути найбільшою;
- ✓ об'єм елементарної комірки за дотримання перших трьох умов має бути найменшим.

Тому серед 14 ґраток Браве немає *A*-, *B*-, *I*- та *F*- моноклінних комірок, *F*- та *C*-тетрагональних і *C*- кубічних. А серед триклінних, тригональних (ромбоєдричних) і гексагональних можливі тільки примітивні ґратки. Наприклад, базоцентровану *C*-тетрагональну просторову ґратку легко “звести” до примітивної меншого об'єму, якщо вибрати у базисній сітці головні ряди вузлів (тобто осі

комірок) у напрямках, що складають 45° з попередніми осями, й одночасно зменшити величину a_0 в $\sqrt{2}$ разів (рис. 4). А гранецентровану тетрагональну F -гратку можна звести до об'ємноцентрованої I -гратки з іншою орієнтацією.

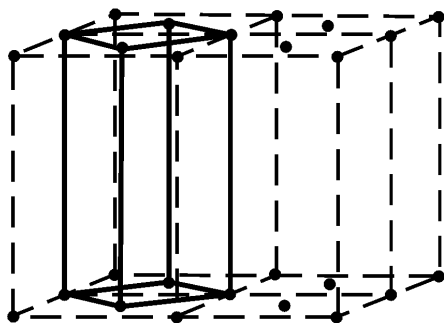


Рис. 4. Базоцентрована C -тетрагональна гратка (пунктирні лінії) та відповідна (еквівалентна) їй примітивна P -тетрагональна гратка (жирні лінії)

Моноклінна бокоцентрована B -гратка (центрована по бічних гранях) також не становить нового типу гратки і еквівалентна примітивній гратці зі зміненими параметрами ребер та кутом β (рис. 5). F -моноклінна гратка зводиться до C -моноклінної меншого об'єму. I -моноклінна гратка також зводиться спочатку до A -, а потім C -моноклінної. У ромбоєдричній просторовій гратці немає необхідності розглядати комірки будь-якого іншого типу, окрім примітивного, оскільки і в об'ємно-, і в гранецентрованих комірках цієї гратки завжди можна вибрати такі напрями, котрі приведуть до примітивної комірки.

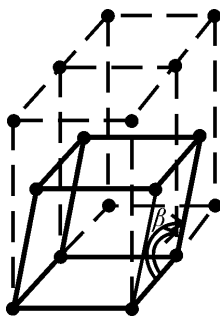


Рис. 5. Моноклінна B -центрована гратка (пунктирні лінії) та відповідна (еквівалентна) їй примітивна гратка (жирні лінії)

Нижче всі 14 просторових ґраток у різних сингоніях розбиті за типом елементарних комірок:

Триклінна	P ,
Моноклінна	P, C ,
Ромбічна	$P, C (A, B), F, I$,
Тетрагональна	P, I ,
Кубічна	P, I, F ,
Гексагональна	P ,
Ромбодрична	R .

Елементарні комірки цих 14 просторових ґраток Браве становлять головний “скелет” (повторювану “канву”) всіх кристалів у відповідності до їхньої сингонії. Наприклад, усі тетрагональні кристали характеризуються тільки тетрагональними ґратками.

Як виняток, кристали *тригональної* сингонії можуть бути побудовані як за принципом ромбодричної R -ґратки (наприклад, кальцит – $R\bar{3}m$), так і P -гексагональної ґратки Браве (наприклад, тригональний кварц – $P3_12$ або $P3_22$).

Таким чином, ґратки Браве є закономірними системами еквівалентних *абстрактних* точок, яким у кристалічних структурах відповідають центри *матеріальних* частинок. **Фізичний зміст** ґраток Браве полягає в тому, що вони:

- 1) показують у структурах кристалів 14 варіантів розташування **однотипних** матеріальних частинок (з паралельною орієнтацією їх хімічних зв’язків і комплексу всіх оточуючих сусідів);
- 2) у разі наявності **кількох різних** сортів частинок кожен сорт розташовується в структурі за законом ідентичних ґраток Браве;
- 3) навіть найскладніші структури можна умовно розглядати як систему вставлених одна в одну однакових підґраток, які відповідають атомам кожного сорту.

Питання для самоконтролю

Які правила Браве використані під час вибору елементарних комірок?

Які типи примітивних ґраток Браве Ви знаєте і яку симетрію вони мають?

Які існують непримітивні ґратки Браве?

За якими ґратками Браве побудовані кристали ромбічної сингонії?

Який зв’язок між ґратками Браве і структурами кристалів, що побудовані з атомів *різного* сорту?

ТЕМА 15 **ЕЛЕМЕНТИ СИМЕТРІЇ НЕСКІНЧЕННИХ ФІГУР**

Унаслідок конкретних *симетричних перетворень* рівні частини нескінченних симетричних фігур (вузли просторових і кристалічних ґраток, центри еквівалентних атомів і їхніх груп у структурах кристалів) суміщуються самі зі собою. Кожному симетричному перетворенню відповідають певні геометричні образи – *елементи симетрії*: “закриті” (P , L_n , Li_n , C), які характеризували також зовнішню форму кристалів, та “відкриті”, які характерні лише для нескінченних фігур (трансляції T та складні елементи симетрії P_t і Ln_t , в які як складова входять переноси t). Усі елементи симетрії нескінченних фігур часто називають елементами симетричності. Специфіка розміщення нескінченно повторюваних структурних одиниць і елементів симетрії кристала тісно пов’язана з різновидами відповідних просторових ґраток, які, по суті, є специфічним елементом симетрії або трансляційним каркасом (сукупністю трансляцій, ускладнених елементами симетрії). Поняття *трансляція T* означає паралельний перенос (поступання) у даному напрямку – періодичне переміщення у просторі окремих вузлів просторових ґраток і всієї структури, а, відповідно, й усіх елементів симетрії уздовж осей поступання. Термін “трансляція” використовують для позначення як симетричного перетворення, так і елементу симетрії. Сукупність усіх трансляцій у структурі кристала утворює трансляційну групу переносів або кристалічну ґратку.

Просторова ґратка утворюється закономірним переміщенням точок (вузлів) у трьох непаралельних некопланарних напрямках (напрямках, які не лежать в одній площині). Поряд із напрямком трансляцій вказують їхню величину. При такому трансляційному розподілі точок у просторі, окрім звичайних елементів симетрії, встановлених для огранених кристалів (*кінцевих багатогранників*), виникають додаткові елементи симетрії, характерні тільки для просторових ґраток і кристалічних структур, тобто для *нескінченних фігур*.

Порівнюючи, наприклад, макросиметрію тетрагонального призматичного кристала з мікросиметрією відповідної примітивної просторової ґратки, встановлюємо для останньої додаткові елементи симетрії, одержані дією трансляції – головної операції симетрії просторової ґратки. Якщо спроектувати розглядуваний кристал на базопінакоїдальну площину, знайдемо на проекції такі елементи симетрії базопінакоїда: одну вісь L_4 , перпендикулярну площині

креслення (рис. 6, *а*), та чотири дзеркальні площини симетрії, що перетинаються по цій осі. А на проекції базопінакоїдальної *плоскої сітки* тетрагонального кристала виявляємо нескінченну множину осей L_4 і дзеркальних площин симетрії.

Однак, окрім множини звичайних дзеркальних площин симетрії діагональної орієнтації, показаних на рис. 6, *б* суцільними лініями, між ними на проекції плоскої сітки виявляються додаткові проміжні площини “симетричності”. На рис. 6, *б* ці додаткові проміжні площини симетрії позначені штриховими лініями. Відбиваючись у цих площинах, вузли суміщаються лише після одночасного зміщення (ковзання, поступання t) паралельно цій площині. Їх називають, на відміну від звичайних дзеркальних площин симетрії, *площинами ковзного відбиття* P_t (або g). Сліди різних тварин і людини також демонструють дію площини ковзного відбиття (рис. 6, *в*). Для спрощення на рис. 6, *б* не показано багато інших площин симетрії та площин ковзного відбиття, які наявні у розглянутій плоскій сітці.

Поряд із трансляціями, площинами симетрії та площинами ковзного відбиття у просторових ґратках і структурах кристалів є різні осі симетрії. Якщо повороту на кут α і одночасному зміщенню (поступанню t уздовж осі) підлягають усі вузли, розміщені навколо осі симетрії, остання стає *гвинтовою віссю* (гелікогірою). Отже, просторові ґратки та кристалічні структури, поряд із звичайними кінцевими елементами макросиметрії кристалів (“закритими” елементами симетрії), характеризують додаткові елементи нескінченної мікросиметрії (трансляції, гвинтові осі Ln_t і площини ковзного відбиття P_t) – “відкриті” елементи симетрії.

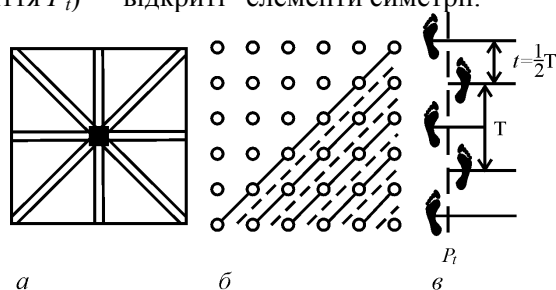


Рис. 6. Площинна симетрія тетрагонального кристала: *а* – дзеркальна й осьова симетрія базопінакоїдальної грані; *б* – деякі елементи симетрії відповідної плоскої сітки примітивної тетрагональної ґратки (дзеркальні площини симетрії P – суцільні лінії, площини ковзного відбиття P_t – штрихові лінії); *в* – ілюстрація дії площини ковзного відбиття P_t (штрихова лінія): T – трансляції, t ($= \frac{1}{2} T$) – поступання уздовж площини P_t

Гвинтові осі симетрії L_n – елементи симетрії лише нескінчених фігур (просторових ґраток, кристалічних структур, правильних систем точок, пов'язаних елементами симетрії). Подібно до інверсійних і дзеркальних осей, гвинтові осі симетрії відповідають складній симетричній операції – повороту на певний елементарний кут (180° , 120° , 90° , 60°) та одночасному переміщенню (поступанню t) у напрямку осі обертання.

У разі звичайної подвійної осі L_2 (2) вузли просторової ґратки розподіляються попарно по двох сторонах цієї осі, як показано на рис. 7, *а*. Можливе, однак, і таке розміщення вузлів, при якому їхнє суміщення досягається лише одночасною сумарною (подвійною) операцією – поворотом вузлів на 180° і переміщенням (переносом t або ходом гвинтової осі) уздовж осі обертання на $\frac{1}{2}$ відстані T між еквівалентними вузлами ($t = \frac{1}{2} T$). Ці операції **подвійної гвинтової осі 2_1** показані на рис. 7, *б*. На відміну від звичайних осей L_2 , які позначають за символікою Германа-Могена цифрою 2, гвинтові осі другого порядку позначають значком 2_1 (цифрою 2 з індексом 1). Це дає змогу судити про відносну величину переміщення t уздовж цієї осі. Позначення 2_1 для подвійної гвинтової осі означає, відповідно, суміщений поворот на 180° і перенос t , який дорівнює $\frac{1}{2} T$. Умовні позначення вертикальних і горизонтальних подвійних осей у проекції на (001) подані на рис. 7, *в* і *г*.

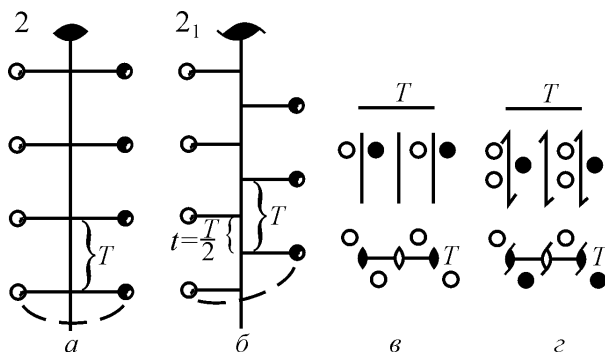


Рис. 7. Осі 2-го порядку: *а* – поворотна подвійна вісь L_2 (2); *б* – гвинтова подвійна вісь L_{2_1} (2_1); *в* – проекція на площину (001) горизонтальних осей L_2 (зверху) і вертикальних осей L_2 (знизу); *г* – проекція на площину (001) горизонтальних осей 2_1 (зверху) і вертикальних осей 2_1 (знизу)

Аналогічно можна вивести й решту гвинтових осей різних порядків. Можливі у кристалах гвинтові осі позначають цифрами з

індексами: $3_1, 3_2, 4_1, 4_2, 4_3, 6_1, 6_2, 6_3, 6_4, 6_5$. В усіх гвинтових осях поступання t суміщене з дією звичайної поворотної осі L_3, L_4, L_6 .

Величина поступання $t = \frac{i}{n}T$ вздовж осі, де i – індекс, а n – порядок осі. Поступання t знизу вверху супроводжується *правим поворотом* вузла навколо гвинтової осі.

Наприклад, у **потрійних гвинтових осях** 3_1 або 3_2 (рис. 8) відбувається правий поворот вузлів навколо осі на 120° одночасно з поступанням t знизу вгору вздовж осі (відповідно, на $1/3 T$ або

$2/3 T$). Усі повороти з поступаннями $t = \frac{i}{n}T$ **прийнято вважати**

правими (діють проти годинникової стрілки). Йі тоді вісь 3_2 з правим поворотом і поступанням $2/3T$ буде діяти так само, як вісь 3_1 , але з протилежним лівим поворотом (тобто $3_2 = 3_{-1}$). Гвинтову потрійну вісь 3_1 назвали *правою* (однозахідною), а вісь 3_2 – *лівою* (двозахідною), якщо задіювати *лише праві* повороти з поступаннями

$t = \frac{i}{n}T$. Трансляційне суміщення вузлів під дією осі 3_2 відбувається

в межах $2T$ (у цьому розумінні вона справді двозахідна). Іншу трактовку n -західності (з урахуванням правизни-лівизни енантіоморфних осей) розглянемо нижче. Вертикальні осі 3_2 є у структурі лівого кварцу, а осі 3_1 – у структурі правого кварцу. Типове взаємне розташування **вертикальних звичайних і гвинтових потрійних осей** у структурах, побудованих за принципом P -граток Браве, подане на рис. 8, $r - \epsilon$.

Окрім звичайної поворотної осі L_4 , у структурі кристалів або у просторових ґратках можливі три типи **четверних гвинтових осей**: однозахідна 4_1 , двозахідна 4_2 , і тризахідна 4_3 ($= 4_{-1}$). Розміщення вузлів у цих випадках визначається поворотом на 90° і відповідними переміщеннями на $1/4, 2/4$ ($= 1/2$) і $3/4 T$. Осі 4_1 (права) і 4_3 (ліва), подібно до потрійних гвинтових осей, мають праве й ліве обертання вузлів і, відповідно, є взаємно енантіоморфними. Вісь 4_2 , як і гвинтова вісь 2_1 , нейтральні, тобто не залежать від напрямку обертання (рис. 9). Типове взаємне розташування **різних вертикальних четверних і похідних подвійних осей** у структурах, побудованих за принципом P -граток Браве, подане на рис. 9, $\delta - \zeta$.

Серед поворотних шестерних осей у структурах кристалів розрізняють п'ять типів **шестерних гвинтових осей**: праву (однозахідну) – 6_1 , праву подвоєну (двозахідну) – 6_2 , нейтральну

(тризахідну) – 6_3 , ліву подвоєну (чотиризахідну) – 6_4 і ліву (п'ятизахідну) – 6_5 . Розміщення вузлів у цих осях визначають їх повороти на 60° і відповідні переміщення (поступання) на $1/6, 2/6, 3/6, 4/6$ і $5/6 T$, як показано на рисунку 10. Осі 6_1 і 6_5 ($=6_{-1}$), а також 6_2 і 6_4 ($=6_{-2}$) енантіоморфні та характеризують праве й ліве розміщення вузлів навколо цих гвинтових осей. Гвинтова вісь 6_3 , подібно до гвинтових осей 4_2 і 2_1 – нейтральна. Типове взаємне розташування **різних вертикальних шестерних і похідних потрійних та подвійних осей** у структурах, побудованих за принципом Р-граток Браве, подане на рис. 10, *є – л*. Зрозуміло, що осі 2_2 ($=2$), 3_3 ($=3$), 4_4 ($=4$) і 6_6 ($=6$) є простими поворотними осями симетрії.

А тепер розглянемо інше трактування “*n*-західності” гвинтових осей, враховуючи не тільки праві, а й енантіоморфні ліві повороти. Для гвинтових осей $n_{\pm i}$ при n правих ($+i$) або лівих ($-i$) поворотах повне суміщення вузлів може відбутись у **межах 1T**, якщо $i = \pm 1$. Такими **однозахідними** осями є: 6_1 та 6_{-1} ($=6_5$), 4_1 та 4_{-1} ($=4_3$), 3_1 та 3_{-1} ($=3_2$) і вісь 2_1 . В осях, у яких індекс $i = \pm 2$, суміщення вузлів відбувається в **межах 2T**. Такими **двозахідними** осями є осі 6_2 та 6_{-2} ($=6_4$) і вісь 4_2 . А у **тризахідній** осі 6_3 трансляційне суміщення вузлів відбувається в **межах 3T**. Це трактування розглянуте у практичному курсі Ю.Г. Загальської та Г.П. Литвинської “Геометрическая микрокристаллография” (с. 38). У цій роботі індекси i позначені буквою s .

Переліченими випадками вичерпуються всі можливі “додаткові” осі “симетричності” у просторових ґратках (точніше, у нескінченному дискретному кристалічному середовищі – дисконтинуумі). Нижче наведено повний перелік (у позначеннях Германа-Могена) всіх можливих осей симетрії у кристалах (як простих поворотних осей симетрії, так і складних гвинтових, інверсійних і дзеркальних):

6	6_1	6_2	6_3	6_4	6_5	$\bar{6}$	$\bar{6}$
4	4_1	4_2	4_3			$\bar{4}$	$\bar{4}$
3	3_1	3_2				$\bar{3}$	$\bar{3}$
2	2_1					$\bar{2}$	$\bar{2}$
1	1_1 ($=T$)					$\bar{1}$	$\bar{1}$.

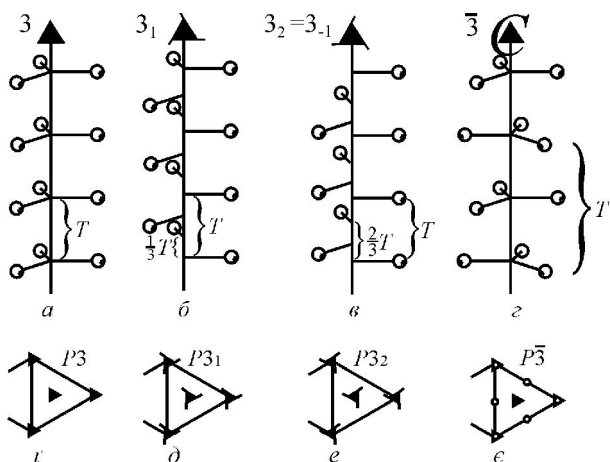


Рис. 8. Оси 3-го порядку: a – проста поворотна потрійна вісь симетрії $L_3(3)$; b – права гвинтова вісь 3_1 ; c – ліва гвинтова вісь 3_2 ; d – інверсійна вісь $\bar{3}$; a' – c' – проекції на площину (0001) вертикальних осей 3-го порядку – $L_3(a)$, $3_1(b)$, $3_2(c)$ і $\bar{3}(d)$ щодо трансляцій T_x , T_y , T_u (у примітивних просторових групах тригональної сингонії)

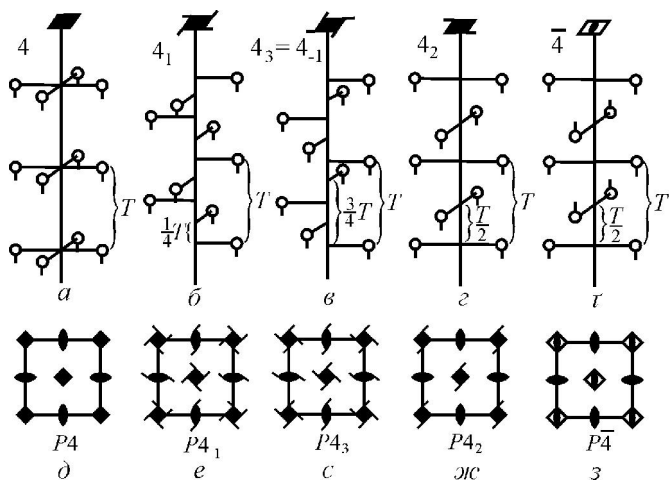


Рис. 9. Оси 4-го порядку у верхньому ряді: a – проста поворотна четвірна вісь симетрії $L_4(4)$; b – права гвинтова вісь 4_1 ; c – ліва гвинтова вісь $4_3 (=4_{-1})$; d – нейтральна гвинтова вісь 4_2 ; e – інверсійна вісь $\bar{4}$. Нижній ряд представляє проекції вертикальних осей L_4 і $L_2(a)$, 4_1 і $2_1(b)$, 4_3 і $2_1(c)$, 4_2 і $2_2(d)$, $\bar{4}$ і $2(e)$ на площину (001) щодо трансляцій T_x і T_y (у примітивних просторових групах тетрагональної сингонії)

Осі симетрії вищих порядків включають у себе як складові, що “вливаються” в осі вищих порядків, такі підпорядковані осі нижчих порядків (вони взяті в дужки):

$\bar{3}$ (3, $\bar{1}=C$), 4(2), $\bar{4}$ (2), 4₁ та 4₃ (2₁), 4₂(2), 6(2, 3), $\bar{6}$ (3, $\bar{2}=\perp P$), 6₁ (2₁, 3₁), 6₂ (2, 3₂), 6₃ (3, 2₁), 6₄ (2, 3₁), 6₅ (2₁, 3₂).

При розгляді теорем взаємодії осей високих порядків із трансляціями T_x і T_y буде показано, що підпорядковані осі взаємодіють із цими трансляціями аналогічно до ідентичних самостійних осей. Позиції новоутворених осей показані на рис. 8, ϵ , 9, δ –з, 10, ϵ –л. Рекомендуємо за цими рисунками самостійно розмножити асиметричні (хвостаті) точки навколо розглянутих осей симетрії вищих порядків, враховуючи трансляції трикутних і квадратних сіток. Вкажіть висоту всіх точок щодо осі T_z . Переконайтесь у появі похідних елементів симетрії в позиціях, вказаних на розглянутих рисунках.

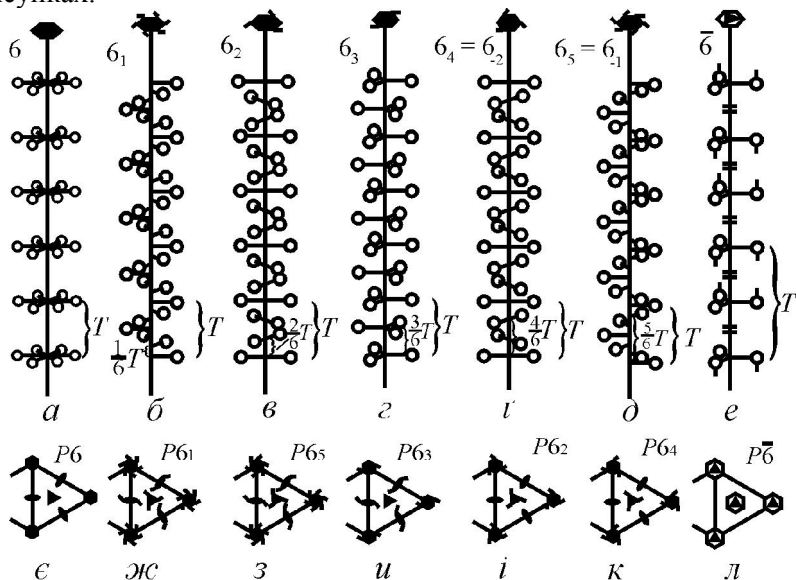


Рис. 10. Осі 6-го порядку у верхньому ряді: a – проста поворотна вісь L_6 (6); δ – δ – гвинтові осі симетрії шостого порядку (6₁ – права, 6₂ – подвоєна права, 6₃ – нейтральна, 6₄ – подвоєна ліва, 6₅ – ліва); e – інверсійна вісь $\bar{6}$. У нижньому ряді показано проєкції вертикальних осей шостого порядку та супутніх осей другого і третього порядку на площину (0001) щодо трансляцій T_x , T_y , T_u (збігаються з ребрами трикутників). У примітивних просторових групах гексагональної сингонії показано розташування:

ϵ – осей 6, 3 і 2; δ – 6₁, 3₁, 2₁; γ – 6₅, 3₂, 2₁; μ – 6₃, 3, 2₁; i – 6₂, 3₂, 2;

κ – 6₄, 3₁, 2; λ – $\bar{6}$ і $\bar{6}$

Питання для самоконтролю

Яка суттєва різниця між простою поворотною віссю L_2 та гвинтовою віссю 2_1 ?

Що таке нейтральність гвинтової осі? Які позначення мають нейтральні гвинтові осі?

Скільки всього існує гвинтових осей: а) третього, б) четвертого, в) шостого порядків, і які поступання t вони мають?

У чому полягає дія площини ковзного відбиття?

ТЕМА 16

230 ПРОСТОРОВИХ ГРУП СИМЕТРІЇ. СИМЕТРІЯ ДЕЯКИХ СТРУКТУР КРИСТАЛІВ

Сукупність усіх операцій симетрії (й відповідних елементів симетрії) **ідеальної** кристалічної структури називається **просторовою групою симетрії**. Ідеальною вважається кристалічна структура без дефектів, нескінченна і неперервна (не обмежена гранями), зі середньостатистичним розташуванням атомів або груп атомів кожного сорту. Наприклад, у структурі електруму (Au,Ag) атоми срібла розташовуються статистично-рівномірно (невпорядковано) замість деяких атомів золота, які переважають у цій структурі. Трансляції ґраток Браве є обов'язковими елементами симетрії просторових груп. Якщо зовнішня симетрія (макросиметрія) кристалічних поліедрів описується одним із 32 видів симетрії (однією з 32 точкових груп), то внутрішня симетрія кристалічної структури (мікросиметрія) відповідає одній з 230 просторових груп (федорівських груп).

Ґратки Браве дають тільки узагальнене уявлення про внутрішню симетрію і будову кристалів. Вони виділяють у структурі кристала лише трансляційно-ідентичні взаємно паралельні системи вузлів, атомів або їхніх груп.

Можливі у просторових групах симетрії та в структурах кристалів набори трансляцій задаються лише 14 ґратками Браве. Тому повна відповідність розташування атомів у конкретній структурі кристала вузлам певної ґратки Браве можлива лише у кристалах, які побудовані лише з атомів **одного сорту**: наприклад, у кристалах самородної міді або електруму (Au, Ag) – з однаковою симетрією як ґратки Браве, так і структури – $Fm\bar{3}m$, чи в кристалах

магнію або нев'янськіту (Ir,Os) – зі симетрією ґратки Браве $P6/mmm$.

Кристал, у якому є хімічно, геометрично або фізично **нееквівалентні сорти** атомів (з різними сортами або непаралельною орієнтацією сусідів) часто спрощено уявляється як сукупність відповідних цим сортам однакових **підґраток Браве**, вставлених одна в одну в паралельному положенні.

Ідею розгляду комбінацій елементів симетрії в різних групах симетрії започаткував Л. Зонке в роботі “Розвиток однієї теорії кристалічної структури” (1879). Структуру кристалів він розглядав як дискретну систему матеріальних точок, які відповідають центрам ваги “молекул”. Він уперше звернув увагу на наявність у структурах кристалів гвинтових осей і вивів 65 можливих груп симетрії (на жаль, без симетричних перетворень другого роду). Йому належить ідея розташування матеріальних частинок у кристалах за законами “**правильних систем точок**”, пов’язаних виявленими наборами елементів симетрії.

Видатним наступним кроком став вивід усіх 230 просторових груп симетрії, запропонований Є.С. Федоровим у 1890 р. і А. Шенфлісом у 1891 р. Симетрія десятків тисяч розшифрованих структур кристалів відповідає тільки виведеним 230 просторовим групам, а розташування атомів у елементарних комірках – певним позиціям ПСТ, пов’язаних елементами симетрії цих груп.

Вид симетрії, до якого належить той чи інший кристал, визначається точковою і просторовою симетрією груп структурних одиниць (сукупністю вузлів), розміщених за законами ґраток Браве. Наприклад, у кожному з трьох видів симетрії моноклінної сингонії ($2, m, 2/m$) за умов однакової зовнішньої симетрії може бути декілька різних просторових мотивів розміщення структурних одиниць (див. таблицю). Це залежить від того, якою ґраткою Браве характеризується дана моноклінна структура (примітивною чи базоцентрованою) і які в ній, унаслідок взаємодії з трансляціями, представлені елементи макро- та мікросиметрії – *закриті* P, L_n і Li_n (звичайні) чи *відкриті* P_t і Ln_t з трансляційною компонентою.

Таким чином, кожному з 32 видів симетрії, які визначають зовнішню симетрію кристалів, звичайно відповідає кілька різновидів просторових груп внутрішньої симетрії. Для видів симетрії та просторових груп у таблиці надана повна і скорочена (в дужках) формули запису елементів симетрії за Германом-Могеном.

**Двісті тридцять просторових груп (федорівських груп),
відповідних 32 видам симетрії**

Вид симетрії	Просторова група
Нижча категорія	
Триклінна сингонія	
1 – моноедричний	$P1$
$\bar{1}$ – пінакоїдальний	$P\bar{1}$
Моноклінна сингонія	
2 – дієдричний осьовий	$P2, P2_1, C2$
m – дієдричний безосьовий	Pm, Pc, Cm, Cc
$2/m$ – ромбо- призматичний	$P2/m, P2_1/m, C2/m, P2/c, P2_1/c, C2/c$
Ромбічна сингонія	
222 – ромбо- тетраєдричний	$P222, P222_1, P2_12_12, P2_12_12_1, C222_1, C222, F222, I222, I2_12_12_1$
$mm2$ – ромбо- пірамідальний	$Pmm2, Pmc2_1, Pcc2, Pma2, Pca2_1, Pnc2, Pmn2_1, Pba2, Pna2_1, Pnn2, Cmm2, Cmc2_1, Ccc2, Amm2, Abm2, Ama2, Aba2, Fmm2, Fdd2, Imm2, Iba2, Ima2$
$2/m2/m2/m$ (mmm) – ромбо- дипірамідальний	$P2/m2/m2/m$ ($Pmmm$), $P2/n2/n2/n$ ($Pnnn$), $P2/c2/c2/m$ ($Pccm$), $P2/b2/a2/n$ ($Pban$), $P2_1/m2/m2/a$ ($Pmma$), $P2/n2_1n2/a$ ($Pnna$), $P2/m2/n2_1/a$ ($Pmna$), $P2_1/c2/c2/a$ ($Pcca$), $P2_1/b2_1/a2/m$ ($Pbam$), $P2_1/c2_1/c2/n$ ($Pccn$), $P2/b2_1/c2_1/m$ ($Pbcm$), $P2_1/n2_1/n2/m$ ($Pnnm$), $P2_1/m2_1/m2/n$ ($Pmmn$), $P2_1/b2/c2_1/n$ ($Pbcn$), $P2_1/b2_1/c2_1/a$ ($Pbca$), $P2_1/n2_1/m2_1/a$ ($Pnma$), $C2/m2/c2_1/m$ ($Cmcm$), $C2/m2/c2_1/a$ ($Cmca$), $C2/m2/m2/m$ ($Cmmm$), $C2/c2/c2/m$ ($Cccm$), $C2/m2/m2/a$ ($Cmma$), $C2/c2/c2/a$ ($Ccca$), $F2/m2/m2/m$ ($Fmmm$), $F2/d2/d2/d$ ($Fddd$), $I2/m2/m2/m$ ($Immm$), $I2/b2/a2/m$ ($Ibam$), $I2/b2/c2/a$ ($Ibca$), $I2/m2/m2/a$ ($Imma$)
Середня категорія	
Тетрагональна сингонія	
4 – тетрагонально- пірамідальний	$P4, P4_1, P4_2, P4_3, I4, I4_1$
$\bar{4}$ – тетрагонально- тетраєдричний	$P\bar{4}, I\bar{4}$
422 – тетрагонально- трапецоедричний	$P422, P4_12, P4_122, P4_12_12, P4_222, P4_22_12, P4_322, P4_32_12, I422, I4_122$
$4/m$ – тетрагонально- дипірамідальний	$P4/m, P4_2/m, P4/n, P4_2/n, I4/m, I4_1/a$

$4mm$ – дитетрагонально-пірамідальний	$P4mm, P4bm, P4_2cm, P4_2nm, P4cc, P4nc, P4_2mc, P4_2bc, I4mm, I4cm, I4_1md, I4_1cd$
$\bar{4}2m$ – тетрагонально-скаленоедричний	$P\bar{4}2m, P\bar{4}2c, P\bar{4}2_1m, P\bar{4}2_1c, P\bar{4}m2, P\bar{4}c2, P\bar{4}b2, P\bar{4}n2, I\bar{4}m2, I\bar{4}c2, I\bar{4}2m, I\bar{4}2d$
$4/m2/m2/m$ ($4/mmm$) – дитетрагонально-дипірамідальний	$P4/m2/m2/m$ ($P4/mmm$), $P4/m2/c2/c$ ($P4/mcc$), $P4/n2/b2/m$ ($P4/nbm$), $P4/n2/n2/c$ ($P4/nnc$), $P4/m2_1/b2/m$ ($P4/mbm$), $P4/m2_1/n2/c$ ($P4/mnc$), $P4/n2_1/m2/m$ ($P4/nmm$), $P4/n2/c2/c$ ($P4/ncc$), $P4_2/m2/m2/c$ ($P4_2/mmc$), $P4_2/m2/c2/m$ ($P4_2/mcm$), $P4_2/n2/b2/c$ ($P4_2/nbc$), $P4_2/n2/n2/m$ ($P4_2/nnm$), $P4_2/m2_1/b2/c$ ($P4_2/mbc$), $P4_2/m2_1/n2/m$ ($P4_2/mnm$), $P4_2/n2_1/m2/c$ ($P4_2/nmc$), $P4_2/n2_1/c2/m$ ($P4_2/ncm$), $I4/m2/m2/m$ ($I4/mmm$), $I4/m2/c2/m$ ($I4/mcm$), $I4_1/a2/m2/d$ ($I4_1/amd$), $I4_1/a2/c2/d$ ($I4_1/acd$)
Тригональна сингонія	
3 – тригонально-пірамідальний	$P3, P3_1, P3_2, R3$
$\bar{3}$ – ромбоедричний	$P\bar{3}, R\bar{3}$
32 – тригонально-трапєоедричний	$P312, P321, P3_112, P3_121, P3_212, P3_221, R32$
3m – дитригонально-пірамідальний	$P3m1, P31m, P3c1, P31c, R3m, R3c$
$\bar{3}2/m$ ($\bar{3}m$) – дитригонально-скаленоедричний	$P\bar{3}1m, P\bar{3}1c, P\bar{3}m1, P\bar{3}c1, R\bar{3}m, R\bar{3}c$
Гексагональна сингонія	
6 – гексагонально-пірамідальний	$P6, P6_1, P6_5, P6_2, P6_4, P6_3$
$\bar{6}$ – тригонально-дипірамідальний	$P\bar{6}$
6/m – гексагонально-дипірамідальний	$P6/m, P6_3/m$
622 – гексагонально-трапєоедричний	$P622, P6_122, P6_522, P6_222, P6_422, P6_322$
6mm – дигексагонально-пірамідальний	$P6mm, P6cc, P6_3cm, P6_3mc$
$\bar{6}m2$ – дитригонально-дипірамідальний	$P\bar{6}m2, P\bar{6}c2, P\bar{6}2m, P\bar{6}2c$
6/m2/m2/m ($6/mmm$) –	$P6/m2/m2/m$ ($P6/mmm$), $P6/m2/c2/c$ ($P6/mcc$),

дигексагонально- дипірамідальний	$P6_3/m2/c2/m$ ($P6_3/mcm$), $P6_3/m2/m2/c$ ($P6_3/mmc$)
Вища категорія	
Кубічна сингонія	
23 – пентагон- тритетраедричний	$P23$, $F23$, $I23$, $P2_13$, $I2_13$
$2/m \bar{3} (m\bar{3})$ – дидодекаедричний	$P2/m \bar{3} (Pm \bar{3})$, $P2/n \bar{3} (Pn \bar{3})$, $F2/m \bar{3} (Fm \bar{3})$, $F2/d \bar{3} (Fd \bar{3})$, $I2/m \bar{3} (Im \bar{3})$, $P2_1/a \bar{3} (Pa \bar{3})$, $I2_1/a \bar{3} (Ia \bar{3})$
432 – пентагон- триоктаедричний	$P432$, $P4_232$, $F432$, $F4_132$, $I432$, $P4_332$, $P4_132$, $I4_132$
$\bar{4}3m$ – гекса- тетраедричний	$P \bar{4}3m$, $F \bar{4}3m$, $I \bar{4}3m$, $P \bar{4}3n$, $F \bar{4}3c$, $I \bar{4}3d$
$4/m \bar{3} 2/m (m\bar{3}m)$ – гексоктаедричний	$P4/m \bar{3} 2/m (Pm \bar{3} m)$, $P4/n \bar{3} 2/n (Pn \bar{3} n)$, $P4_2/m \bar{3} 2/n (Pm \bar{3} n)$, $P4_2/n \bar{3} 2/m (Pn \bar{3} m)$, $F4/m \bar{3} 2/m (Fm \bar{3} m)$, $F4/m \bar{3} 2/c (Fm \bar{3} c)$, $F4_1/d \bar{3} 2/m (Fd \bar{3} m)$, $F4_1/d \bar{3} 2/c (Fd \bar{3} c)$, $I4/m \bar{3} 2/m (Im \bar{3} m)$, $I4_1/a \bar{3} 2/d (Ia \bar{3} d)$

Міжнародний символ федорівської групи складається з двох частин:

I – вказується тип ґратки Браве: P - (R -), F -, I -, C - (A -, B -);

II – додається звичайний або модифікований, спрощений або розгорнутий символ Германа-Могена.

Вивід федорівських груп відбувається таким чином:

1) береться один з наборів 32 видів симетрії (наприклад, $mm2$);

2) додаються трансляції ґраток Браве, *можливі для даної сингонії* – вказується тип ґратки Браве (наприклад, P -, C -, I -, F - або інша ґратка Браве);

3) звичайні макроеlementи симетрії L_n , Li_n і P зберігають або частково чи повністю замінюють на мікроеlementи симетрії L_n і P_i ;

4) визначають похідні елементи симетрії, які утворюються внаслідок взаємодії нормальних або косих (не перпендикулярних) трансляцій з усіма породжуючими елементами симетрії.

Просторові групи симетрії, різні за формулою запису, але ідентичні за отриманими наборами елементів симетрії, записуються у формі з максимальною симетрією складових. Тому одержуємо лише 230 просторових груп.

Питання для самоконтролю

Як визначають координаційні числа й отримують координаційні поліедри матеріальних частинок у структурах кристалів?

У яких найпростіших структурах використані мотиви найщільніших упаковок?

Чим відрізняються координаційні поліедри частинок у структурах типів Cu і Mg?

Чому структура піриту побудована за принципом примітивної кубічної ґратки Браве, а не гранецентрованої ґратки, хоч у структурах піриту й галіту є деяка подібність?

Чому в структурах флюориту й уранініту за законами найщільнішої упаковки розташовані катіони, а не аніони?

ТЕМА 17

ЗАКОНОМІРНІ НАРОСТАННЯ, ЗРОСТАННЯ І ПРОРОСТАННЯ

Реальні кристали, поряд з поодинокими індивідами з ідеальним або спотвореним огрануванням, часто утворюють різноманітні закономірні та незакономірні зростки. Серед незакономірних зростків найбільш відомі друзи, конкреції, секреції, сфероліти, ооліти, натічні, тичкуваті, зернисті агрегати й інші типи випадково зорієнтованих зростань. У цьому розділі ми ознайомимося лише з різними типами закономірних наростань, зростань і проростань.

ПАРАЛЕЛЬНІ ЗРОСТКИ

Дуже часто сусідні індивіди у зростках мають паралельну орієнтацію. Такі зростки називають паралельними, або *щітками* (рис. 11, а). Кристалічні структури в паралельних зростках можуть бути суміщені один з одним шляхом паралельного перенесення (трансляції). Серед паралельних зростків виокремлюють *скіпетроподібні* кристали. Скіпетроподібні кристали часто утворює кварц (рис. 11, б). Тут на головний кристал видовженого обрису лише з однієї сторони нарастає головка ізометричної форми. Головки часто представлені аметистом. А в скіпетроподібних кальцитах на обидва кінці видовженого кристала інколи нарастають привершинні головки з більш ізометричним огрануванням.

Поширеними є також вервицеподібні паралельні зростки кальциту, галіту, адуляру (прозорого ортоклазу), в яких в одному напрямку спостерігається багатократне повторення індивідів (рис. 11, в). Такі паралельні зростки називають *трансляційними*.

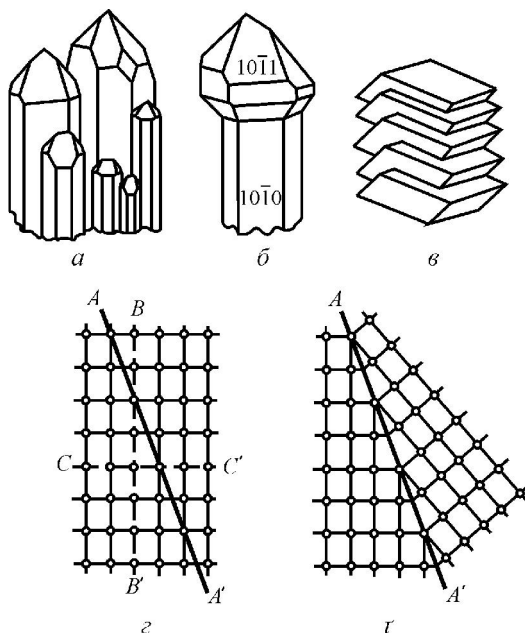


Рис. 11. Паралельні зростки (а–в) та схема утворення двійника (z, r): а – щітка кварцу; б – скіпетроподібний кварц; в – трансляційний паралельний зросток кальциту; z – схема структури монокристала і паралельного зростка, r – схема структури двійника. AA' – можлива площина двійникування; BB' і CC' – реальні площини симетрії структури

ДВІЙНИКОВІ УТВОРЕННЯ

Поряд з монокристалами й паралельними зростками кристали можуть утворювати двійники. Вони часто дають змогу розрізняти мінерали, близькі за іншими ознаками.

Двійниками називаються непаралельні закономірні зростки двох кристалів одного мінерального виду, в яких площина зрощення для кожного з них відіграє одну і ту ж кристалографічну роль, тобто належить обом індивідам одночасно. Але якщо в паралельних зростках структури обох індивідів продовжують одна одну по обидві сторони поверхні зрощання, тобто можуть бути

зв'язані паралельним переносом, то у двійниках вони зв'язані однією з операцій симетрії, а саме: поворотом на 180° (навколо двійникової осі), відбиттям у двійниковій площині або, можливо, інверсією. Відповідно, розрізняють *осьові* двійники обертання, *площинні дзеркальні* та *центральні* двійники.

Таким чином, двійниковими елементами симетрії можуть бути: або двійникова вісь ($2'$), або двійникова дзеркальна площина симетрії (m'), або двійниковий центр інверсії ($\bar{1}$). У центросиметричних кристалів відбиття у двійниковій площині симетрії та поворот навколо перпендикулярної до неї двійникової осі симетрії еквівалентні ($P' + C = \perp L'_2$). Наприклад, у польових шпатах площинні двійники по $\{001\}$ є одночасно й осьовими двійниками з двійниковою віссю $\perp \{001\}$ (рис. 15).

В ацентричних видах такі перетворення призводять до різних законів двійникування. При цьому *двійникові елементи симетрії не мають збігатися з уже наявними власними* елементами симетрії індивідів – площинами симетрії та парними осями симетрії. Інакше утвориться паралельний зросток, а не двійник. Двійниковою площиною може бути будь-яка можлива грань кристала, окрім грані, паралельної власній площині симетрії окремого кристала. Двійниковою віссю може бути ребро або ж непарна вісь симетрії, або нормаль до грані. Відповідно розрізняють *паралельні* й *нормальні* двійники.

Таким чином, індивіди двійника можна вивести один з одного операціями двійникової симетрії, але двійниковий зросток повинен мати такі двійникові елементи симетрії, які відрізняються від власних парних елементів симетрії, хоча б за своїм орієнтуванням. *Збіг орієнтування двійникових і аналогічних власних елементів симетрії неможливий*. Інакше під дією операцій двійникової симетрії одержали б індивід вихідного, а не двійникового орієнтування.

Двійники, на відміну від паралельних зростків, є результатом порушення правильності упаковки частинок у структурі.

Площина, по якій контактують індивіди двійника, в мінералогії називається площиною зрощення, а її проекція на поверхню двійника – двійниковим швом. Площина зрощення не завжди збігається з двійниковою площиною. Вона може бути перпендикулярною до неї або навіть неправильною поверхнею. Як і в паралельних зростках, площина зрощення індивідів – це не фазова границя. Уздовж цієї площини відбувається симетричне відобра-

ження структури кристала, але не відбувається розриву хімічного зв'язку. Площина двійникування, як і грань кристала, відповідає певній плоскій сітці кристалічної ґратки.

Для здвійникованих кристалів характерна (але не обов'язкова) наявність вхідних кутів, тоді як у монокристалів можливі тільки виступаючі вершини й ребра. Вхідні кути внаслідок пришвидшеного росту відповідних граней часто заростають. У цьому випадку двійники можуть нагадувати монокристали із завищеною симетрією. Реальна поверхня розділу обох частин двійника не завжди плоска. Часто границя зрощення має неправильну конфігурацію, котра легко може бути виявлена травленням (рис. 27, *г*). Серед двійників розрізняють *двійники зростання*, в яких індивіди, що складають двійник, лише торкаються і ніби повністю відділені один від одного площиною зрощення (рис. 14; 15; 17; 20, *а*; 24, *а*; 25, *а* – 1, 2; 25, *б*, *в*; 27, *в*; 28, *б*, *в*, *г*; 29 *б*, *г*; 31). Більш складними є *двійники проростання*. В них індивіди ніби взаємно протікають один одного (рис. 16, *а*; 18; 19; 20, *б*; 21; 22; 25 – 3, 4; 27, *а*, *б*, *д*, *є*; 28, *г*; 30; 32; 33).

Залежно від числа здвійникованих індивідів, окрім власне двійників, розрізняють трійники (рис. 19 *в*, *д*; 20, *б*; 21, *а*; 22, *а*, *б*; 24, *в*), четвірники (рис. 17, *б*; 18, *б*; 23, *б*), шістерники (рис. 24, *г*; 28, *г*), вісьмерники (рис. 15, *г* – 1, 3), “трійники четвірників” (рис. 18, *в*, *г*), “четвірники трійників” (28, *д*) і т. д.

Якщо під час зрощення кількох індивідів спосіб двійникування багатократно повторюється і двійникові елементи симетрії виявляються паралельними один одному, то у двійниковому положенні перебувають лише сусідні індивіди, а наступні через один – взаємно паралельні. Такий двійник називається *полісинтетичним* (рис. 12, *а*; 13, *в*; 26, *а*, *в*, *г*). Якщо у трійниках і більш складних двійниках двійникові елементи симетрії не паралельні (змінюються “по колу”), то виникають *циклічні* двійники (рис. 17, *б*; 23, *г*; 24, *в*, *г*; 28 *г*). За формою розрізняють *колінчасті* двійники (рис. 24, *а*, *б*; 25, *б* – 1, 4; 27, *в*) та *міметичні* двійники, які імітують більш високу симетрію мінералу (рис. 18, *г*; 20, *б*; 22, *б*; 27, *а*, *б*).

Залежно від взаємного орієнтування індивідів, тобто від типу й орієнтації двійникового елементу симетрії щодо граней, ребер або елементів симетрії кристалів, розрізняють різні способи (закони) двійникування. Кристали одного й того ж мінералу можуть двійникуватися за різними законами. Деякі з найбільш характерних і поширених законів двійникування одержали власні назви,

зазвичай пов'язані з назвою мінералу, з формою або місцем знаходження двійника.

Двійникування, особливо мікродвійникування, може маскувати істинну симетрію кристала. Складне двійникування індивідів кристалів із нижчою симетрією звичайно веде до утворення двійників із вищою симетрією, ніж у монокристалах, оскільки власні елементи симетрії та додаткові двійникові осі або площини породжують сумарні елементи симетрії двійників.

У багатьох кристалах під час утворення полісинтетичних двійників спостерігається здатність розколюватися по площинах зрощення. При цьому виникає так звана *окремість*, іноді подібна до спайності. Наприклад, у кристалах корунду й гематиту спайності немає, але для полісинтетичних двійників цих мінералів характерна чудова окремість по $\{10\bar{1}1\}$ (рис. 26, *г*). У кальциту поряд зі спайністю по $\{10\bar{1}1\}$ може з'явитись окремість по $\{01\bar{1}2\}$ (рис. 26, *а*).

Причин двійникування багато: це і структурні дефекти в ростучих кристалах, наявність хімічних домішок, структурні перебудови під час фазових переходів, механічне стискування й т.і. Таким чином, двійникування – це реакція кристала на зміну умов кристалізації під час його формування або на певні посткристалізаційні процеси. Для цілого ряду мінералів наявність двійників є однією з типоморфних ознак, що свідчить про певні умови утворення цих мінералів. Наприклад, поява “мікроклінової ґратки” свідчить про повільність охолодження, а “заморожування” структури санідину й ортоклазу – про швидкий темп охолодження мінералів.

За способом утворення виділяють двійники росту, механічні двійники і трансформаційні двійники.

Двійники росту утворюються шляхом зрощення двох індивідів у двійниковому положенні або взаємного проростання поодиноких кристалів у процесі росту. Причини і механізми цього явища не зовсім зрозумілі.

Трансформаційні двійники виникають під час перебудови (інверсії) структури вже утвореного кристала. Наприклад, високо-температурний кварц має гексагональну структуру. Під час охолодження відбувається поліморфний перехід у низькотемпературну тригональну модифікацію. У результаті окремі тригональні ділянки є повернутими одна до одної на 180° стосовно осі L_3 , що відповідає дофінейському закону двійникування. Ще одним прикладом інверсійних двійників є складні полісинтетичні двійники лейциту,

які утворюються внаслідок поліморфного переходу кубічної високотемпературної модифікації в тетрагональну.

Механічні (деформаційні) двійники виникають під впливом механічних навантажень у процесі пластичної деформації, тобто вже після утворення кристала. Вони утворюються у результаті механічних деформацій, якщо сусідні плоскі сітки атомів можуть ковзати одна стосовно одної. Часто в результаті деформаційного двійникування виникають полісинтетичні двійники, орієнтування індивідів у котрих повторюється через один індивід. Прикладом деформаційних двійників є полісинтетичні двійники в порфіробластах кальциту з мармурів – метаморфічних порід, утворених при високих тисках і температурах (рис. 26). Механічне двійникування – це наслідок деформації, в результаті якої дві частини кристала опиняються в дзеркально-симетричному положенні або повернутому щодо двійникової осі. Наприклад, якщо на ребро ромбоєдра кальциту натиснути лезом ножа, то частина кристала перекидається у двійникове положення (рис. 26, б). Деформаційні полісинтетичні двійники іноді утворюють також кристали галеніту. В результаті на гранях куба з'являється коса двійникова штриховка. Але двійникування відіграє порівняно невелику роль у процесах деформації.

ЗАКОНИ ДВІЙНИКУВАННЯ КРИСТАЛІВ МІНЕРАЛІВ НИЖЧОЇ КАТЕГОРІЇ

Певні співвідношення між власними і двійниковими елементами симетрії називаються законами двійникування. Розглянемо лише найпоширеніші закони двійникування кристалів різних сингоній.

Триклінна сингонія. Двійникування у триклінній сингонії ілюструють Na-Ca-польові шпати – плагіоклази $(\text{Na,Ca})\{(\text{Si,Al})_4\text{O}_8\}$ (вид симетрії $\bar{1}$). Плагіоклази утворюють ізоморфні суміші від чистого альбіту $\text{Na}\{\text{AlSi}_3\text{O}_8\}$ до анортиту $\text{Ca}\{\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_8\}$. Вони майже завжди здвійниковані за *альбітовим законом* із двійниковою площиною та площиною зрощення $\{010\}$ і двійниковою віссю $\perp(010)$. Таке двійникування часто призводить до утворення системи полісинтетичних двійників (рис. 12, а). Полоски граней $\{001\}$ і відколів по спайності $\{001\}$ в сусідніх індивідах утворюють між собою невеликий кут ($7-8^\circ$). Як наслідок, завдяки полісинтетичному двійникуванню на площинах $\{001\}$ спостерігається двійникова

штриховка. Вона дає змогу відрізнити плагіоклази від К-Na-польових шпатів, де такої штриховки немає.

Інший важливий тип двійникування у триклінному польовому шпаті відбувається за *перикліновим законом* із двійниковою віссю $Y[010]$ (рис. 12, б). При цьому осі $Y[010]$ обох індивідів збігаються, а осі X і Z розходяться (стають непаралельними). Тому грані (010) сусідніх індивідів також стають непаралельними. Разом з тим площини $\{001\}$ в сусідніх індивідах залишаються паралельними.

Площиною зрощення в периклазових двійниках постає площина “ромбічного перізу” RS . Перетин названо “ромбічним”, тому що грані пінакоїдів $\{110\}$ і $\{1\bar{1}0\}$ утворюють переріз у вигляді ромба лише з цією площиною (рис. 12, б). Лінія перерізу RS з $\{010\}$ орієнтована перпендикулярно до осі $Y[010]$. Такий здвійникований морфологічний різновид альбіту називають перикліном. У деяких плагіоклазів (андезинів) зростання цих двійників відбувається не за ромбічним перерізом, а по площині $\{001\}$. Цей різновид двійникування називають *акліновим законом*. Порівняно з площиною $\{001\}$ площина RS в анортитах зорієнтована на 18° крутіше, а в альбітах на 21° пологіше.

Якщо периклінові й альбітові двійники тісно переплетені, як часто спостерігається у мікрокліні $K\{AlSi_3O_8\}$ (вид симетрії $\bar{1}$), то в поляризаційному мікроскопі можна побачити узор у вигляді перехресної “мікроклінової ґратки” (рис. 13, а).

Плагіоклази здатні утворювати й інші двійникові комбінації. Часто спостерігаються трійники, в яких комбінується альбітовий закон із карлсбадським (рис. 13, б). Розрізнити ці двійники зручно, враховуючи орієнтацію спайності в сусідніх індивідах. На гранях $\{001\}$ в індивідах 1, 2, 3 спеціальним значком показане відхилення площини спайності $\{001\}$ від осі Z . Довга лінія показує напрямок значного відхилення полюса площини спайності від осі Z (близько 26°), а маленька стрілочка – напрямок додаткового відхилення на $3-4^\circ$ направо або наліво.

Двійникові осі в альбітовому двійнику (індивіди 1–2) й карлсбадському двійнику (індивіди 2–3) – взаємно перпендикулярні. Зрозуміло, що двійникова вісь, яка суміщує індивіди (1–3), згідно з теоремою Ейлера, буде орієнтована перпендикулярно до вказаних двійникових осей. Саме такі співвідношення спостерігаються в полісинтетичних двійниках (1–3) за альбіт-карлсбадським законом – законом *рок-турне* (рис. 13, в). У цих двійниках площина зростання паралельна грані $\{010\}$, а двійникова вісь паралельна

грані $\{010\}$, але перпендикулярна осі $Z[001]$. Цей закон також можливий лише у триклінних польових шпатах.

Крім розглянутих, триклінні польові шпати можуть двійникуватися за тими ж законами, що й моноклінні польові шпати (див. нижче).

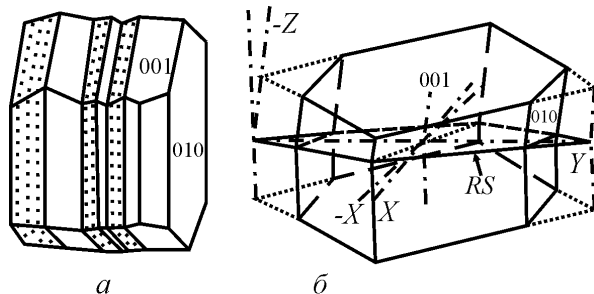


Рис. 12. Двійники плагіоклазу за альбітовим і перикліновим законами: *а* – полісинтетичні двійники плагіоклазу за альбітовим законом, *б* – двійник плагіоклазу за перикліновим законом (*RS* – ромбічний перетин)

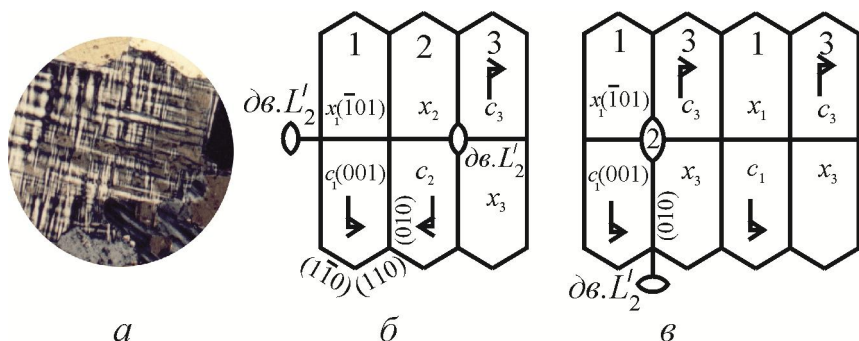


Рис. 13. Складні двійники у триклінних польових шпатах: *а* – мікрофотографія трансформаційних двійників у мікрокліні, утворених внаслідок упорядкування кристалічної структури. “Мікроклінова ґратка” формується з двох орієнтацій полісинтетичних двійників (за альбітовим і перикліновим законами). Ніколи $\times$. Площина шліфа приблизно перпендикулярна осі $X[100]$; *б*, *в* – складні двійники у плагіоклазах (у перерізі $\perp$ осі Z): *б* – комбінація двійників за альбітовим (1–2) і карлсбадським (2–3) законами; *в* – полісинтетичні двійники плагіоклазів за альбіт-карлсбадським законом (законом рок-турне)

Моноклінна сингонія. Для моноклінних кристалів гіпсу $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ (вид симетрії $2/m$) характерні двійники зростання по

площині $\{100\}$. Двійник гіпсу з двійниковою площиною $\{100\}$ називають “ластівчин хвіст” (рис. 14, *а*). Подібні двійники зростання по $\{100\}$ часто утворюють також діопсид $\text{CaMg}[\text{Si}_2\text{O}_6]$, авгіт $(\text{Ca},\text{Na})(\text{Mg},\text{Fe},\text{Al})[(\text{Si},\text{Al})_2\text{O}_6]$ (рис. 14, *б*) та інші клінопіроксени. Закон їхнього двійникування одержав назву “авгітова пара” (рис. 14, *б*). Такі ж двійники зростання характерні для рогових обманок (рис. 14, *в*). Хрестоподібні двійники проростання по $\{100\}$, видовжені по осі Y , утворює титаніт $\text{CaTiO}[\text{SiO}_4]$.

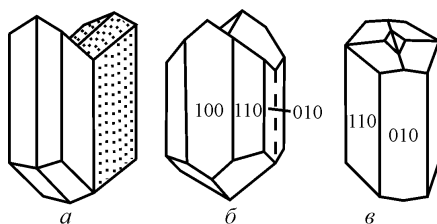


Рис. 14. Двійники зростання по $\{100\}$: *а* – двійник гіпсу “ластівчин хвіст” (гальський закон), *б* – двійник “авгітова пара”; *в* – двійник рогової обманки

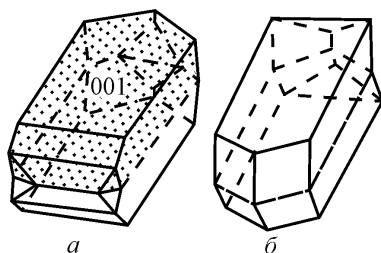


Рис. 15. Манебахські двійники зростання польового шпату по $\{001\}$.
Зображені двійники: *а* – з негативною орієнтацією осі X щодо спостерігача; *б* – з позитивною орієнтацією осі X

На рис. 15 зображено манебахські двійники зростання ортоклазу $\text{K}\{\text{AlSi}_3\text{O}_8\}$ (вид симетрії $2/m$), в яких двійниковою площиною є $\{001\}$, а двійниковою віссю – перпендикуляр до $\{001\}$. Ортоклаз і санідин $(\text{K},\text{Na})\{\text{AlSi}_3\text{O}_8\}$ утворюють також двійники зростання і проростання за карлсбадським законом (рис. 16), у яких кристалографічна вісь Z є двійниковою віссю. У двійниках проростання два взаємопроникних індивіди зрощені по неправильній “скошеній” поверхні зрощення. У карлсбадських двійниках зростання площина зрощення паралельна $\{010\}$.

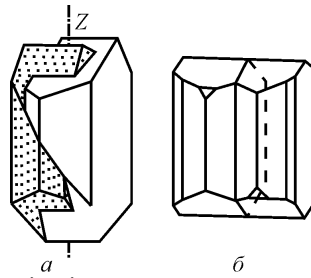


Рис. 16. Карлсбадські двійники польових шпатів (двійникова вісь паралельна осі Z): a – двійник проростання; b – двійник зростання

Окрім двійників за альбітовим і перикліновим законами, є додаткові типи двійників, які трапляються як у триклінних, так і в моноклінних польових шпатах.

Бавенські двійники з двійниковою площиною $\{021\}$ також характерні для ортоклазу (рис. 17, a). Двійникова площина $\{021\}$ проходить під кутом майже 45° до площин $\{010\}$ і $\{001\}$. Тому бавенські двійники звичайно мають квадратний переріз, перпендикулярний до осі $X[100]$. Трапляються також циклічні четвірки (рис. 17, b).

Кристали *філіпситу* $(K,Na,Ca)_{1-2}[(Si,Al)_8O_{16}] \cdot 6H_2O$ (вид симетрії $2/m$) майже завжди здвійниковані (рис. 18). Часто утворюються прості двійники проростання (рис. 18, a) та хрестоподібні четвірки (“двійники двійників”) (рис. 18, b). Трапляються також складні двійники проростання – “трійники четвірок” по $\{001\}$, $\{021\}$ і $\{110\}$ (рис. 18, $в$, $г$). Під час заростання вхідних кутів цей складний двійник набуває форми псевдоромбододекаедра (рис. 18, $з$).

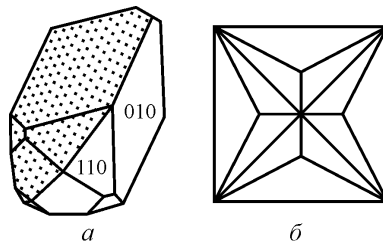


Рис. 17. Бавенські двійники польового шпату по $\{021\}$: a – двійник зростання; b – циклічний четвірик

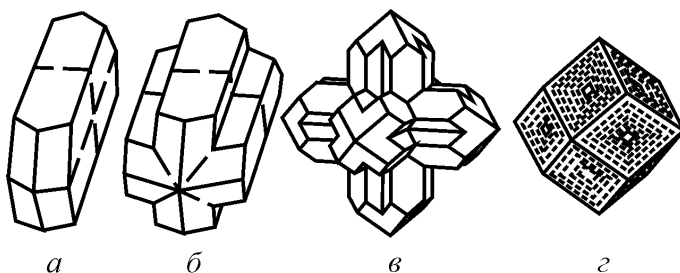


Рис. 18. Двійники проростання філіпситу по $\{001\}$: *a* – простий двійник проростання по $\{001\}$; *б* – хрестоподібний четвірник проростання (“двійник двійників” по $\{021\}$); *в* – складний хрестоподібний “трійник четвірників” по $\{110\}$; *г* – складний “трійник четвірників” із зарощеними вхідними кутами у формі псевдоромбододекаедра

Дуже часто двійники утворюються кристалами псевдоромбічної будови.

Мінерал *ставроліт* – $(\text{Fe}^{2+}, \text{Mg})_2\text{Al}_9[(\text{Si}, \text{Al})_4\text{O}_{20}](\text{O}, \text{OH})_4$, моноклінний ($2/m$) з кутом $\beta \approx 90^\circ$, псевдоромбічний. Його кристали зовні виглядають як ромбічні. Ставроліт звичайно утворює два типи двійників проростання. В одному двійниковою площиною є $\{031\}$, а двійниковою віссю – $\perp \{031\}$. Площина $\{031\}$ утворює з осями Z та Y кут 45° . У результаті осі Z обох індивідів утворюють кут близько 90° : виникає прямокутний “георгіївський” хрест (рис. 19, *a*). А в іншому типі двійниковою площиною є $\{231\}$. У цьому разі формується косий “андріївський” хрест із кутом близько 60° між осями Z обох індивідів (рис. 19, *б*). Трапляються також зірчасті “андріївські” трійники проростання (рис. 19, *в*) і більш складні комбіновані двійникові утворення за законами обох типів. Хрестоподібні двійники ставроліту (від грецького *ставрос* (σταυρός) – хрест) дали мінералові його назву.

Арсенопірит FeAsS також є псевдоромбічний і зовні виглядає як ромбічний завдяки куту $\beta \approx 90^\circ$. Він часто утворює двійники проростання по $\{101\}$ з додатковою площиною зрощення $\perp \{101\}$ (рис. 19, *г*), а також хрестоподібні двійники проростання по $\{012\}$ з додатковою площиною зрощення $\perp \{012\}$ (рис. 19, *г*) і зірчасті трійники проростання по $\{012\}$ (рис. 19, *д*).

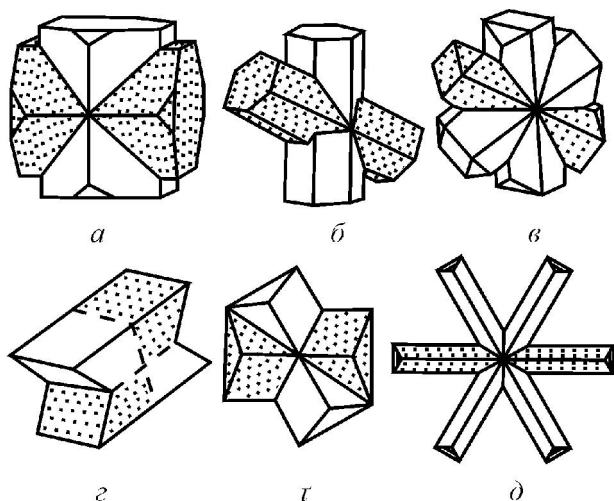


Рис. 19. Двійники псевдоромбічних кристалів ставроліту (а – в) й арсенопіриту (г – д): а – двійник проростання ставроліту “георгіївський” хрест (двійникування по $\{031\}$); б – двійник проростання по $\{231\}$ – “андріївський” хрест; в – трійник проростання по $\{231\}$; г – двійник проростання арсенопіриту по $\{101\}$; е – хрестоподібний двійник по $\{012\}$; д – зірчастий трійник проростання по $\{012\}$

Ромбічна сингонія. У кристалах ромбічної сингонії найбільш поширена двійникова площина, паралельна грані ромбічної призми $\{110\}$. Прикладами є двійник зростання арагоніту CaCO_3 (вид симетрії mmm) (рис. 20, а) і міметичний трійник проростання того ж мінералу, зображений у поперечному перерізі (рис. 20, б). У трійниках проростання двійникова площина $\{110\}$, а площина зрощення індивідів орієнтована перпендикулярно $\{110\}$ або близько до неї.

За *арагонітовим законом* утворюються також зірчасті трійники проростання церуситу PbCO_3 (mmm) (рис. 21, а). Для нього дуже характерні пластинчасті гратчасті проростання трійників (рис. 21, б). Усі вони здвійниковані по $\{110\}$. Псевдогексагональний вигляд трійників (рис. 20, б; 21) є результатом того, що кут між нормальми до (110) і $(\bar{1}\bar{1}0)$ майже дорівнює 60° . За *арагонітовим законом* двійникуються також вітерит BaCO_3 (mmm) і стронціаніт SrCO_3 (mmm) з такою ж двійниковою площиною – гранню ромбічної призми $\{110\}$. Всі вони імітують гексагональну псевдосиметрію.

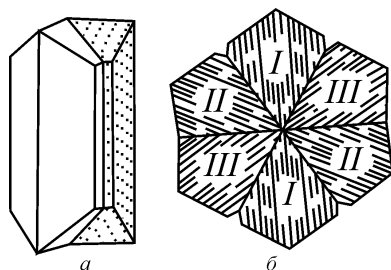


Рис. 20. Двійникування в арагоніті по $\{110\}$: *a* – двійник зростання, *б* – циклічний (міметичний) трійник проростання

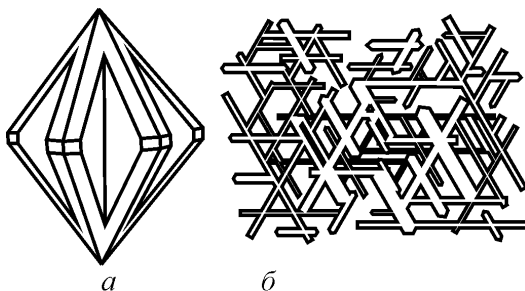


Рис. 21. Циклічний трійник проростання церуситу (*a*) та ґратчасті трійникові проростання (*б*) за арагонітовим законом. Ґратчасті проростання спроектовані в перерізі, перпендикулярному осі *Z*

Хризоберил – BeAl_2O_4 (вид симетрії mmm) двійникується по $\{031\}$ (рис. 22). Часто завдяки потрійному двійниковому повторенню індивідів утворюються зірчасті трійники проростання (рис. 22, *a*). Під час заростання вхідних кутів трійник хризоберилу утворює так звані “хризоберилкові пішаки” у формі псевдогексагональної дипіраміди, зрізаної пінакоїдом (рис. 22, *б*).

Марказит FeS_2 (вид симетрії mmm) звичайно двійникується по $\{101\}$ (рис. 23). Він утворює колінчасті двійники (рис. 23, *a*), списоподібні четвірки (рис. 23, *б*). Відомі також складні полісинтетичні двійники у формі гребінця півня (рис. 23 *в*), циклічні п’ятірники (рис. 23, *г*) та ще складніші двійникові утворення. Грані ромбічної призми $\{110\}$ сусідніх індивідів утворюють характерні “ромбопірамідальні” виступи.

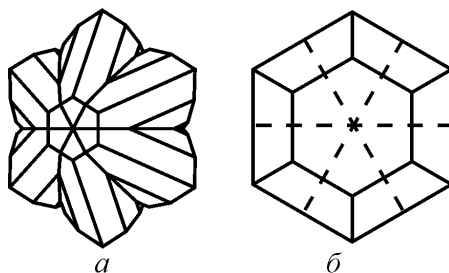


Рис. 22. Циклічний “зірчастий” трійник проростання хризоберилу (а) і трійник проростання “хризоберилловий пішак” (б)

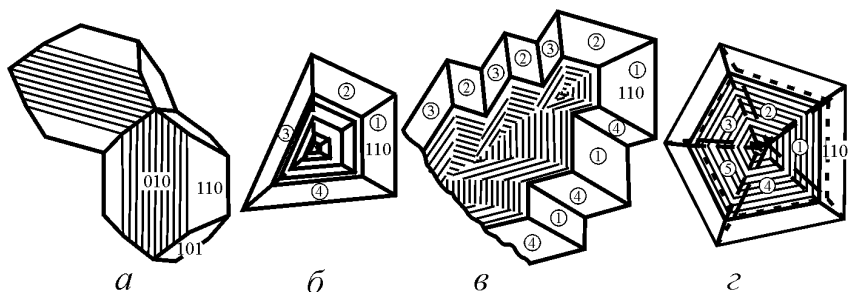


Рис. 23. Двійники марказиту по $\{101\}$: а – колінчастий двійник; б – циклічний “списоподібний” четвірник по $\{101\}$ (індивіди 3 і 4 зрощені по ірраціональній поверхні); в – дві системи полісинтетичних двійників у формі гребінця півня в четвірнику по $\{101\}$; г – циклічний п’ятірник по $\{101\}$ (поверхня зрощення п’ятого і третього індивідів – ірраціональна)

ЗАКОНИ ДВІЙНИКУВАННЯ КРИСТАЛІВ МІНЕРАЛІВ СЕРЕДНЬОЇ КАТЕГОРІЇ

Тетрагональна сингонія. Найбільш відомі двійники тетрагональної сингонії здвійниковані по різних площинах тетрагональної дипіраміди $\{101\}$. Здвійниковані кристали каситериту SnO_2 і рутилу TiO_2 (вид симетрії обох мінералів $4/m\bar{3}m$), які двійникуються за цими законами, показані на рис. 24. *Рутил-каситеритові* закони двійнування зумовлюють до утворення колінчастих двійників (рис. 24, а, б), циклічних трійників (рис. 24, в) і шістерників (рис. 24, г). Відомі також складні вісьмерики (рис. 24, р) і “четвірники циклічних трійників” (рис. 24, д). У кристалах біотиту у вигляді кристалічних включень часто спостері-

гається потрійна ґратчаста система проростань рутилу – так звана “сагенітова ґратка”. Вона утворена трьома різноорієнтованими групами паралельних голок рутилу. Взаємні орієнтації голок у проростаннях відповідають трьом орієнтаціям індивідів у циклічних трійниках рутилу.

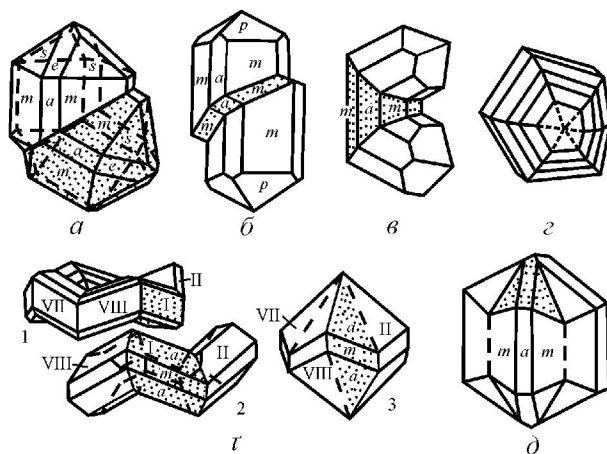


Рис. 24. Двійники за рутил-каситеритовими законами: *a* – колінчастий двійник каситериту; *б* – колінчастий трійник рутилу; *в* – циклічний трійник каситериту; *г* – циклічний шістерник рутилу; *д* – складні циклічні вісьмерники рутилу (1 і 3 – вісьмерники; 2 – фрагмент вісьмерника); *е* – “четвірник циклічних трійників” каситериту

Тригональна сингонія. У цій сингонії двійники – явище поширене. Тригональні карбонати, особливо кальцит CaCO_3 ($\bar{3}m$) – чудова ілюстрація трьох законів двійникування.

Двійниковою віссю в кальцитовому законі є вісь L_3 . Завдяки власному центру інверсії та двійниковій осі за теоремою Ейлера з’являється перпендикулярна до L_3 двійникова площина, яка паралельна пінакоїду $\{0001\}$ (рис. 25, *a*). За кальцитовим законом утворюються як двійники зростання (рис. 25, *a* – 1, 2), так і двійники проростання (рис. 25, *a* – 3, 4). Розколюючи двійники зростання за кальцитовим законом легко отримати ромбоєдричні відколки по спайності у вигляді удаваних спайних “тригональних” дипірамід.

Кальцит часто двійникується по позитивному (“спайному”) ромбоєдру $\{10\bar{1}1\}$ (рис. 25, *б*). Осі L_3 індивідів у цих двійниках

утворюють кут близько 90° (рис. 25, б – 1,4). Поширені двійники тригональних скаленоедрів, які утворюють колінчасті двійники “заячі вушка” (рис. 25, б – 1). Під час зарощування вхідних кутів утворюються двійники “кальцитові метелики” (рис. 25, б – 2, 3).

Але найбільш поширеним є двійникування по від’ємному “тупому” ромбоєдру $\{01\bar{1}2\}$. Воно може породжувати прості двійники зростання тригональних скаленоедрів $\{21\bar{3}1\}$ (рис. 25, в – 1-3) і ромбоєдрів $\{10\bar{1}1\}$ (рис. 25, в – 4), в яких осі Z обох індивідів утворюють кут $127,5^\circ$. Часто утворюються деформаційні полісинтетичні двійники. Вони добре помітні на спайних уламках кальциту (рис. 26, а). Легке утворення двійників за цим законом може бути продемонстроване штучним двійникуванням спайного уламка ісландського шпату під тиском леза ножа (рис 26, б).

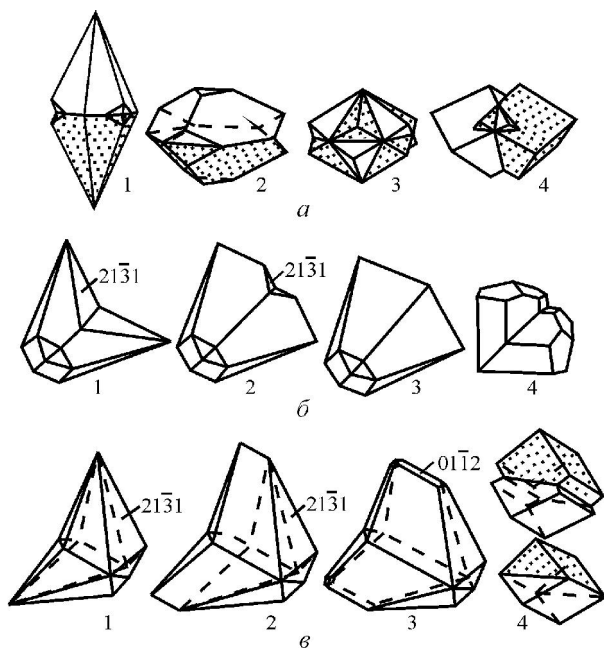


Рис. 25. Двійникування в кальциті: а – двійники зростання (1-2) і проростання (3-4) за кальцитовим законом – по $\{0001\}$ (двійникова вісь паралельна L_3); б – двійники зростання тригональних скаленоедрів $\{21\bar{3}1\}$ і призматичних кристалів кальциту по $\{10\bar{1}1\}$; в – двійники зростання тригональних скаленоедрів $\{21\bar{3}1\}$ (1-3) і ромбоєдрів $\{10\bar{1}1\}$ (4) по $\{01\bar{1}2\}$

По ромбоедру $\{10\bar{1}1\}$ часто двійникуються корунд і гематит (рис. 26, в, г). Поряд із простими двійниками можуть утворюватися полісинтетичні двійники: з однією системою паралельних площин зрощення по $\{10\bar{1}1\}$ (рис. 26, в), з двома або навіть із трьома ромбоедричними системами двійників (рис. 26, г). По площинах зрощення можлива окремість по ромбоедру (не плутати її зі спайністю, якої у корунду немає).

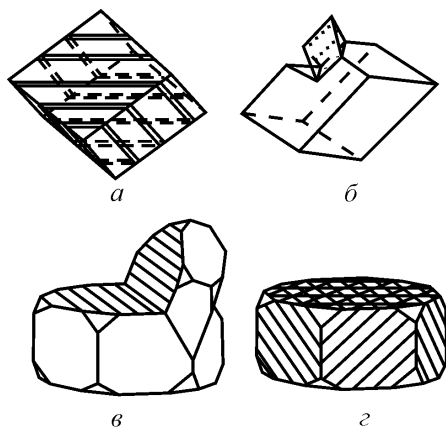


Рис. 26. Двійники кальциту й корунду: а – деформаційні двійники кальциту по від’ємному ромбоедру $\{01\bar{1}2\}$; площина $(01\bar{1}2)$ орієнтована паралельно ребру й великій діагоналі спайного ромбоедра. Зображено спайний відколок з полісинтетичними двійниками, б – штучне двійникування по $\{01\bar{1}2\}$; в – одна система полісинтетичних двійників по $\{10\bar{1}1\}$ в корунді, г – три системи полісинтетичних двійників у корунді

У тригонально-трапезоедричному виді симетрії (32) кварц дає кілька прикладів двійникування: за дофінейським, бразильським і японським законами. На рис. 27, а зображено дофінейський двійник проростання, у якого двійникова вісь збігається з власною віссю L_3 . При цьому взаємно проникні індивіди можуть бути обидва або “правими”, або “лівими”. Для цих двійників характерні неправильні поверхні зрощення індивідів, які проявляються при травленні

кварцу плавиковою кислотою або під час катодного опромінення (рис. 27, з). Часто дофінейські двійники мають інверсійне походження (як наслідок перетворення високотемпературної гексагональної модифікації у тригональну).

Бразильським законом (рис. 27, б) називають випадок, коли “правий” кварц зростається з “лівим” по площині $\{11\bar{2}0\}$. У базальних зрізах кварцу, протравлених HF, нерідко спостерігаються три системи секторіально розташованих полісинтетичних двійників, здвійникованих по $\{11\bar{2}0\}$, але зрощених по нормальних до них поверхнях $\{10\bar{1}0\}$ (рис. 27, з). На бразильських або дофінейських двійниках немає вхідних кутів, які є звичайними для більшості інших здвійникованих кристалів.

У японських двійниках зростання двійникування відбувається по грані тригональної дипіраміди $\{11\bar{2}2\}$. Вона притуплює ребро $Rr[1\bar{2}13]$, яке лежить на перетині граней позитивного $R\{10\bar{1}1\}$ і негативного $r\{01\bar{1}1\}$ ромбоєдрів. Це ребро утворює з віссю L_3 кварцу кут близько 42° . У результаті утворюються колінчасті двійники. Гратчасті подвійні системи проростання індивідів кварцу японських двійників інколи утворюються при автоепітаксialьному наростанні головок кварцу на закономірно орієнтовані вrostки (іхтіагліпти) кварцу в письмових (графічних) пегматитах. Ці дві системи паралельних щіток кварцу можуть безпосередньо закономірно (епітаксично) наростати і на блоки польового шпату в пегматитах.

Кіновар, яка подібно до кварцу також має симетрію L_33L_2 , часто утворює двійники проростання ромбоєдрів із двійниковою віссю L_3 (рис. 27, д). Вони нагадують деформовані двійники проростання кубів за флюоритовим законом. Якщо на двійнику з'являється пінакоїд, то утворюється зірчастий двійник кіноварі (рис. 27, е).

Гексагональна сингонія. На відміну від кристалів тригональної сингонії, двійники тут рідкісні та неважливі для діагностики мінералів.

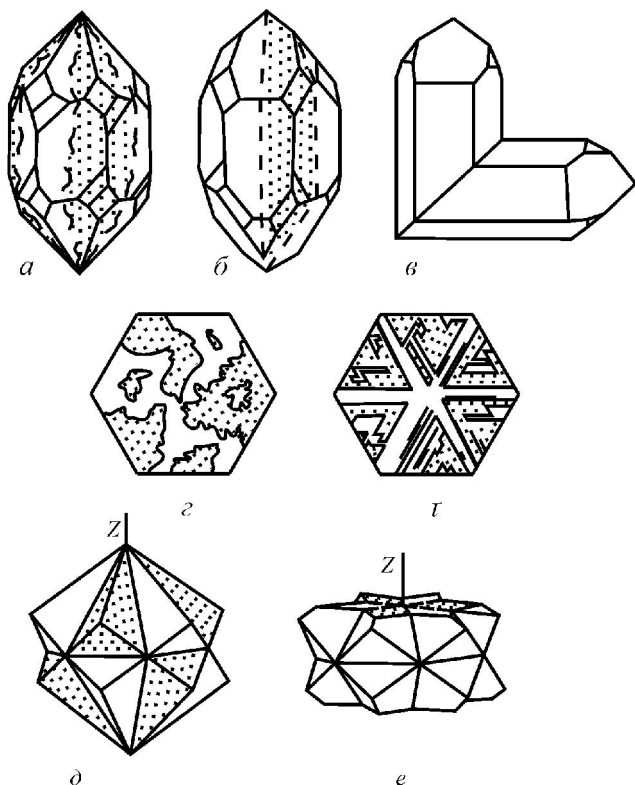


Рис. 27. Двійники кварцу ($a - r$) і кіноварі (δ, e): a – дофінейський осьовий (по L_3) двійник проростання кварцу (випадок двійникування лівих індивідів); b – бразильський площинний по $\{11 \bar{2}0\}$ двійник проростання кварцу; c – японський колінчастий двійник кварцу по $\{11 \bar{2}2\}$; d, r – характер зрощення окремих індивідів кварцу в дофінейських (d) і бразильських (r) двійниках (у базальному зрізі); δ – двійник проростання ромбоєдрів кіноварі; e – зірчастий двійник проростання кіноварі

ЗАКОНИ ДВІЙНИКУВАННЯ КРИСТАЛІВ МІНЕРАЛІВ ВИЩОЇ КАТЕГОРІЇ

Кубічна сингонія. У видах симетрії $\bar{4}3m$ і $m\bar{3}m$ двійниковою віссю є, за рідкісними винятками, вісь L_3 . Площина зрощення індивідів у них паралельна граням кубічного тетраедра або октаедра $\{111\}$. Завдяки центросиметричності кристалів планаксіального виду симетрії $m\bar{3}m$ площина октаедра $\{111\}$ в

осьових двійниках є одночасно й двійниковою площиною. А в нецентросиметричних кристалах планального виду $\bar{4}3m$ площина кубічного тетраедра $\{111\}$ в осьових двійниках не є одночасно двійниковою площиною. Вона стає двійниковою лише у площинних двійниках, але у них вісь L_3 не є двійниковою віссю.

На рис. 28, а показана позиція площини $\{111\}$ в октаедрі як можливої двійникової площини в осьових двійниках. А на рис. 28, б зображений зросток октаедрів, здвійникованих за цим законом з утворенням двійника зростання. Цей тип двійникування особливо поширений у шпінелі $MgAl_2O_4$ і тому називається *шпінелевим законом*. Двійники зростання за шпінелевим законом часто утворюють алмаз і магнетит $FeFe_2O_4$.

Двійники *алмазу* за шпінелевим законом звичайно мають форму трикутних пластинок (рис. 28, в). Інколи утворюються циклічні шістерники у формі п'ятикутних зірок (рис. 28, г). *Магнетит* часто утворює трикутні двійникові пластинки із зарощеними вхідними кутами. Ці двійники зростання нагадують тригональну дипіраміду, зрізану великими трикутними гранями пінакоїда. Дуже ефектні двійники проростання октаедрів *магнетиту* (рис. 28, і). Грані октаедрів, які нормальні до двійникової осі L_3 , утворюють шестикутну зірку, а вузькі грані ромбододекаедра, які притупляють ребра октаедрів, утворюють Х-подібну конфігурацію.

Сфалерит ZnS ($\bar{4}3m$) часто утворює псевдооктаедричні кристали у вигляді комбінації однаково розвинених позитивного $\{111\}$ і негативного $\{\bar{1}\bar{1}1\}$ кубічних тетраедрів. Завдяки нецентросиметричності сфалериту утворюються двійникові зростання різних типів: осьові по L_3 , площинні та центральні по $\{111\}$ (рис. 29). Деякі з них за формою подібні до шпінелевих двійників.

На рис. 30 зображено два куби, які утворили двійник проростання з двійниковою віссю $[111]$. За цим *флюоритовим законом* двійникується флюорит CaF_2 ($m\bar{3}m$) (рис. 30). Двійники проростання за флюоритовим законом дуже характерні і для лопариту $(Ce, Na, Ca)(Nb, Ta)O_3$.

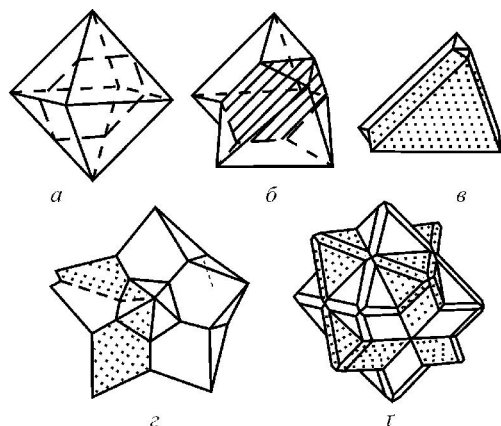


Рис. 28. Двійники за шпінелевим законом: *а* – октаедр із позицією можливої двійникової площини; *б* – октаедр, здвійникований по $\{111\}$ (шпінелевий двійник зростання з двійниковою віссю паралельною L_3 , і двійниковою площиною $\{111\}$); *в* – трикутна двійникова пластинка алмазу за шпінелевим законом; *г* – циклічний шістерник алмазу у формі п'ятикутної зірки; *г* – двійник проростання магнетиту за шпінелевим законом

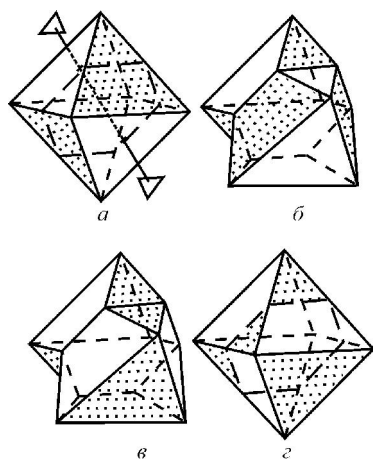


Рис. 29. Двійники сфалериту: *а* – позиція площини зрощення по кубічному тетраедру псевдооктаедричного кристала сфалериту; *б* – осьовий двійник по L_3 ; *в* – площинний двійник по $\{111\}$; *г* – центральний двійник з площиною зрощення $\{111\}$

Гранат альмандин $\text{Fe}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_3$ з метаморфічних порід досить часто утворює осьові (по L_3 і одночасно площинні по $\{111\}$) двійники зростання ромбододекадрів (рис. 31). Цей закон називають “гранатовим”. Подібну ж форму мають відколки по ромбододекаедричній спайності у площинних двійниках зростання сфалериту.

У дидодекаедричному виді симетрії ($m\bar{3}$) поширені двійники проростання з площиною двійникування по ромбододекаедру $\{110\}$ (рис. 32). Таке двійникування відбувається за “піритовим законом”. Тут два пентагон-додокаедри $\{210\}$ проростають один одного, утворюючи “залізний хрест” (мальтійський хрест) (рис. 32, а). Якщо в комбінації з пентагон-додокаедрами є грані октаедра, то вони утворюють шестикутну зірку ($\perp L_3$), а грані куба – прямий хрест ($\perp L_2$) (рис. 32, б). Часто на кубічних кристалах піриту спостерігається координатна штриховка, завдяки якій легко виявляються блочні ділянки з двійниками типу залізний хрест (рис. 32, в).

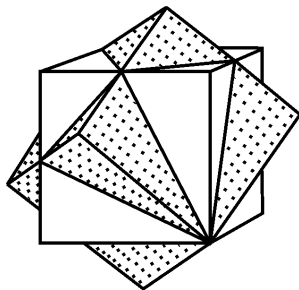


Рис. 30. Двійник проростання флюориту по L_3 (за флюоритовим законом)

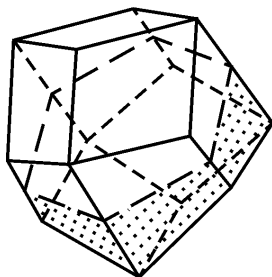


Рис. 31. Двійникування гранату по $[111]$ (двійникова вісь паралельна L_3).
Площина зростання (111)

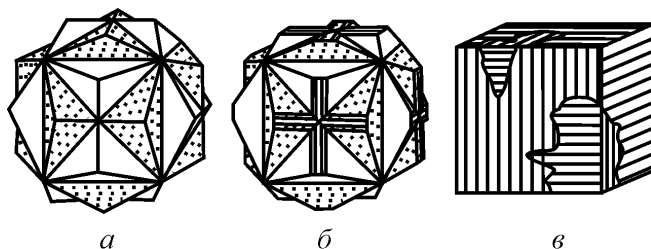


Рис. 32. Двійники проростання піриту “залізний хрест” (мальтійський хрест). Двійникові площини – $\{110\}$

У кристалах планального виду симетрії трапляються двійники за ще одним законом двійникування – законом *Мооса–Розе*. За цим законом утворюються двійники проростання з двійниковими площинами і площинами зрощення по кубу $\{100\}$. Відомі двійники у вигляді проростань кубічних тетраедрів (рис. 33) і тригон-тритетраедрів.

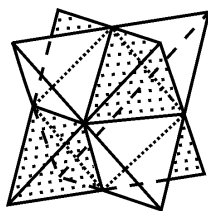


Рис. 33. Двійник проростання кубічних тетраедрів по кубу $\{100\}$ (закон Мооса–Розе)

Питання для самоконтролю

Які різновиди паралельних зростків Ви знаєте?

Які двійникові елементи симетрії наявні у двійниках і які є неможливими?

Чим відрізняється двійникова площина від площини зрощення? Що таке двійниковий шов?

Чим відрізняються полісинтетичні двійники від міметичних?

Які двійники з двійникуванням по L_3 Ви знаєте?

Яким є зв'язок між появою окремість й двійникуванням мінералів?

Які трансформаційні та деформаційні двійники Ви знаєте?

Назвіть типи двійників, характерних для кварцу і польових шпатів?

ТЕМА 18 **ЕПІТАКСИЧНІ НАРОСТАННЯ Й ЕНДОТАКСИЧНІ ПРОРОСТАННЯ. ТОПОТАКСИЧНІ ТА СИНТАКСИЧНІ ЗРОСТАННЯ**

Більшість мінералів – неоднорідні за складом і внутрішньою будовою. У деяких випадках така неоднорідність мінералів формується під час їх утворення в результаті захоплення споріднених атомів, сторонніх мінеральних частинок і включень мінералоутворювального середовища. Таку неоднорідність називають первинною.

У низці випадків мінеральні наростання займають закономірно орієнтоване положення щодо кристала-господаря. Такими є паралельні наростання кристалів альбіту на мікрокліні або закономірні наростання однаково орієнтованих кристалів кварцу на ортоклазі або мікрокліні (34, з). Ці наростання виникають під час захоплення мінералом *епітаксичних* (орієнтовано naroslih) індивідів інших мінералів. Назва *епітаксія* має грецьке походження: *епі* (επι) – на, *таксис* (ταξίς) – ряд, упорядкованість. Закономірна орієнтація епітаксичних наростань обумовлена близькістю якихось структурних елементів (рядів, плоских сіток) у обох мінералах. Наприклад, тонкі пінакоїдальні пластинки ільменіту або слюди, орієнтовані паралельно граням базопінакоїда кристалів корунду, на які вони нарастають. Паралельні наростання головок одного мінералу на зерна або вrostки того ж мінералу називаються *автоепітаксичними* (рис. 34, а).

Якщо ж орієнтовані наростання мінералів у подальшому опиняються всередині кристала-господаря, то новоутворені закономірні проростання називають *ендотаксичними* (від грец. “ендон” – усередині, внутрішньо і “таксис” – ряд, закономірне розташування). Ендотаксичні проростання можуть мати і вторинне походження, як наслідок процесів часткового заміщення по тріщинах первинного мінералу вторинним або в результаті самоочищення мінералу від надлишкових компонентів у твердих розчинах, що призводить до уособлення вrostків, збагачених цими компонентами. Прикладом є гратчасті (по тріщинах спайності) закономірні проростання кварцу в мікрокліні або альбіту в плагіоклазі.

Нерідко вrostки стороннього мінералу, які мають закономірне орієнтування щодо кристала-господаря, росли одночасно з ним. Таке явище називають *синтаксією* (від грец. “сін” – разом, сумісно, одночасно і “таксис” – ряд, упорядкованість). Прикладом є закономірні

мірні синтаксичні кварц-польовошпатові проростання в письмових (графічних) пегматитах і гранофірах. Доказом синхронності їхнього росту є секторіальне розташування вrostків кварцу в польовому шпаті (рис. 34, б) та індукційна штрихуватість сумісного росту на вrostках кварцу (іхтіогліптах) у польовому шпаті (рис. 34, в).

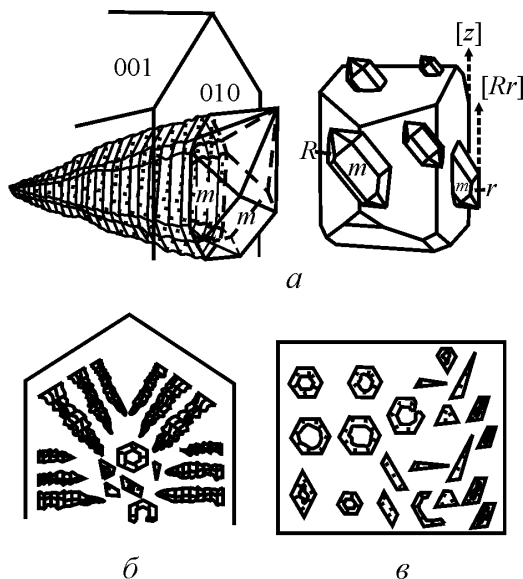


Рис. 34. Закономірні зростання кварцу з польовим шпатом: а – автоепітаксичне наростання головки кварцу на іхтіогліпт кварцу (на іхтіогліпті є індукційна штрихуватість); б – секторіальне розташування іхтіогліптів кварцу в письмовому (графічному) пегматиті; в – будова ієрогліфів у перетині, паралельному індукційній штриховці; з – епітаксичні наростання кристалів кварцу на польовий шпат (по закону А правої орієнтації)

Отже, *ендотаксія* – орієнтоване розташування кристалів усередині об'єму інших. Ендотаксія може виникнути як під час кристалізації, так і в результаті корозії, процесів заміщення або розпаду твердих розчинів.

Топотаксичні проростання є різновидом ендотаксичних. Вони утворюються під час розпаду твердих розчинів. Назва походить від грец. “топос” – місце, місцевість і “таксис” – ряд, закономірне розташування. Нова фаза у вигляді орієнтованих включень виділяється у кристалічній ґратці існуючої материнської

фази. Зауважимо, що деякі мінерали здатні за високих температур утворювати ізоморфні суміші – тверді розчини, нестабільні при більш низьких температурах. Під час пониження температури у твердому стані відбувається розпад ізоморфної суміші з утворенням усередині одного мінералу вrostків іншого мінералу. Оскільки обидві речовини мають якісь близькі структурні елементи, то їхнє взаємне орієнтування також буде закономірним.

Типовим прикладом є високотемпературні польові шпати санідин і ортоклаз $(K,Na)[AlSi_3O_8]$. При зниженні температури вони розпадаються з утворенням мікрокліну $K[AlSi_3O_8]$ й альбіту $Na[AlSi_3O_8]$. Мікроклін збіднюється зайвим натрієм, який локалізується в окремих місцях, де формується альбіт. Альбіт утворює лінзоподібні закономірно орієнтовані вrostки, які називають *пертитами*. Структурна закономірність у їхніх проростаннях полягає в тому, що осі Z і площини (010) обох мінералів орієнтовані паралельно. Морфологічно пертитові лінзи також орієнтовані паралельно.

Інший приклад – це утворення пластинчастих вrostків ільменіту $FeTiO_3$ у кристалічній матриці магнетиту $FeFe_2O_4$ як продуктів розпаду первинного титаномагнетитового твердого розчину. Унаслідок розпаду титан концентрується в ільменіті. Пінакоїдальні грані новоутворених ільменітових пластинок орієнтуються паралельно близьким за структурою октаедричним граням магнетиту, з якого титан виносився. Ці орієнтовані пластинки при ударах діють як клини, що призводить до появи в титаномагнетитах окреомості по октаедру (спайності у магнетиті немає!). Титаномагнетитові топотаксичні проростання треба спостерігати в полірованих аншліфах під мікроскопом.

Найбільшою увагою при вивченні зростків мінералів користується *епітаксія*. Епітаксичними є закономірно орієнтовані наростання кристалів одного мінералу на поверхню іншого. Якщо на грані кристала по певному закону наростає кілька індивідів, то їхня кристалографічна орієнтація буде однаковою. Обидва мінерали можуть і не мати нічого спільного за хімічним складом. Головною умовою утворення епітаксичних пар слугує подібність деяких плоских сіток або рядів у структурах кристалів. Вона виражена у співрозмірності цих атомних сіток або рядів, по яких відбувається зростання. Новоутворена фаза закономірно орієнтується щодо цих рядів і сіток кристалічної ґратки мінерала-матриці.

Експериментально можна отримати епітаксичні наростання ромбодричних кристаликів селітри $NaNO_3$ на свіжих відколках по

спайному ромбоедру кристалів кальциту CaCO_3 шляхом кристалізації селітри у краплі пересиченого розчину, нанесеного на поверхню відколка кальциту. Дані сполуки ізоструктурні, тобто мають однакову структуру, а їхні кристали дотикаються гранями ромбоєдрів так, що всі кристалографічні напрямки на гранях обох структур збігаються.

Епітаксія частіше має місце при порівняно невеликих (до 15–20 %) відмінностях параметрів рядів або сіток у кристалічних ґратках (правило Л. Руайє–Дж. Фріделя). Однак орієнтоване наростання інколи відбувається і при більшій різниці параметрів. Така ситуація складається, наприклад, при епітаксії гранецентрованих кубічних кристалів металів на гранях куба (100) лужно-галоїдних кристалів.

У природі трапляється велика розмаїтість закономірних епітаксичних наростань мінералів. Найбільш відомі наростання кристалів халькопїриту CuFeS_2 на тетраедрит $\text{Cu}_{12}\text{Sb}_4\text{S}_{13}$ (рис. 35), гематиту Fe_2O_3 на шпінель MgAl_2O_4 (рис. 36), циркону ZrSiO_4 на ксенотим YPO_4 (рис. 37), рутилу TiO_2 на гематит Fe_2O_3 (утворюються сагенітові ґратки, подібні вrostкам у біотиті), галеніту PbS на сфалерит ZnS , діаспору AlO(OH) на корунд Al_2O_3 , кіаніту $\text{Al}_2\text{O}[\text{SiO}_4]$ на ставроліт $\text{Al}_2\text{Fe}^{2+}[\text{O}|\text{OH}|\text{SiO}_4]_2$ та інші.

Наприклад, у наростаннях халькопїриту на тетраедрит вісь L_4 халькопїриту паралельна одній з L_4 тетраедриту, а грані пінакоїда (001) халькопїриту паралельні граням куба (100) тетраедриту. А в епітаксичному наростанні гематиту на шпінель грані октаедра у шпінелі паралельні граням пінакоїда в гематиті. Внаслідок ізоструктурності циркону й ксенотиму всі елементи симетрії обох мінералів паралельні.

Якщо відбувається орієнтоване наростання кристалів одного з мінералів на такий же мінерал, то таке явище називають автоепітаксією. Прикладом є наростання головок кварцу на їхтіюгліпти в письмових пегматитах (рис. 34, а). Якщо є багато таких нарослих індивідів, то утворюються паралельні наростання – щітки.

Тепер явище епітаксії широко використовують у сучасній мікроелектроніці під час вирощування тонких монокристалічних напівпровідникових плівок. Шляхом послідовного нарощування епітаксiальних плівок утворюються так звані сандвіч-структури, на основі яких створюють інтегральні схеми зі стійкою магнітною пам'яттю.

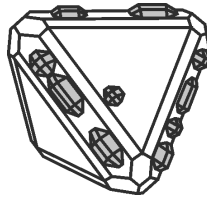


Рис. 35. Епітаксичне наростання кристалів халькопіриту CuFeS_2 ($\bar{4}2m$) на тетраедрит – бляклу руду $\text{Cu}_{12}\text{Sb}_4\text{S}_{13}$ ($\bar{4}3m$)

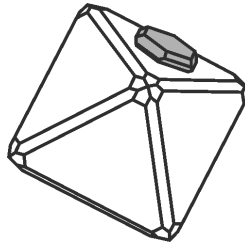


Рис. 36. Епітаксичне наростання кристала гематиту Fe_2O_3 ($\bar{3}m$) на октаедр шпінелі MgAl_2O_4 ($m\bar{3}m$)

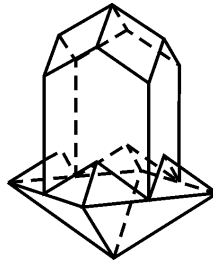


Рис. 37. Епітаксичний зросток ксенотиму YPO_4 (тетрагональна дипіраміда) і циркону ZrSiO_4 . Вид симетрії обох мінералів $4/mmm$

Синтаксичні зростки утворюються під час одночасного (синхронного) росту кристалів різних мінералів. Прикладом синтаксичних зростань є проростання кварцу й польового шпату в “письмових гранітах” (графічних пегматитах).

Автоепітаксичні наростання добре огранених головок кварцу на примхливої форми вrostки кварцу в польовому шпаті дали змогу з’ясувати їх взаємну кристалографічну орієнтацію та виявити закони цих зростань. Відомо багато таких законів. У законах,

відкритих А.Є. Ферсманом, вісь трапецедричної зони $Rr[\bar{1}\bar{2}13]$ кварцу зорієнтована паралельно осі $Z[001]$ польового шпату. Зона називається трапецедричною тому, що поряд із гранями гексагональної призми $\{10\bar{1}0\}$ і ромбоєдрів $R\{10\bar{1}1\}$ і $r\{01\bar{1}1\}$ до цієї зони належить тригональний трапецедр $\{51\bar{6}1\}$ – у правому кварці або $\{6\bar{1}\bar{5}1\}$ – у лівому. Вісь трапецедричної зони зорієнтована під кутом $42^\circ 16'$ до осі L_3 кварцу.

Стійкими ці взаємні орієнтації стають завдяки тому, що додатково якась грань кварцу орієнтується паралельно певній грані польового шпату. В різних законах А.Є. Ферсмана осі L_3 кварцу розташовуються відносно осі Z польового шпату і ребра $Rr[\bar{1}\bar{2}13]$ кварцу на “ферсманівському колі”, яке з віссю Z в центрі стереограми утворює кут $42^\circ 16'$ (рис. 38). На рисунку показане положення L_3 кварцу в найбільш розповсюджених законах A , C і R .

У законі A (може бути правим і лівим) стійкість орієнтації обумовлена додатковою паралельністю гексагональної призми $\{10\bar{1}0\}$ кварцу та грані $\{100\}$ польового шпату. За правим і лівим законами на вrostках можуть утворитись автоепітаксичні гратчасті наростання щіток кварцу за японським законом двійникування. Для закону C (є 4 орієнтації) типовий збіг грані гексагональної призми кварцу з гранями $\{110\}$ і $\{1\bar{1}0\}$ польового шпату. Стійкість закону Розе (R) визначається паралельністю грані призми $\{10\bar{1}0\}$ кварцу з гранню $\{010\}$ польового шпату. Відомі й інші закономірні закони зростань кварцу та польового шпату.

Синтаксичні вrostки кварцу в польовому шпаті – *іхтіогліпти* – мають видовжену штрихувату форму (рис. 24, *a*). Вони мають клиноподібні або полігональні перетини, утворюючи “ієрогліфи” (рис. 34, *в*). Іхтіогліпти є суцільними або порожніми (з польовим шпатом усередині й зовні) та обмежані кривогранними поверхнями. Гострі вершини іхтіогліптів завжди спрямовані до центру кристала, а їхнє видовження перпендикулярне індукційній площині зростання. Часто спостерігається секторіальне розташування іхтіогліптів у польовому шпаті (рис. 35, *б*). Викривлені штрихуваті поверхні іхтіогліптів (псевдограні) не є істинними гранями кристалів, а виникли в результаті одночасного росту двох індивідів. Псевдограні мають штрихуватість, паралельну грані польового шпату, на якій іхтіогліпти зародились і з якою разом росли. Ця грань польового шпату відіграє роль *площини індукції*. Псевдограні

вростків кварцу несуть на собі *індукційну* штриховку, утворену індукційними ребрами й індукційними мікрогранями. Псевдо грані перетинаються по псевдорєбрах.

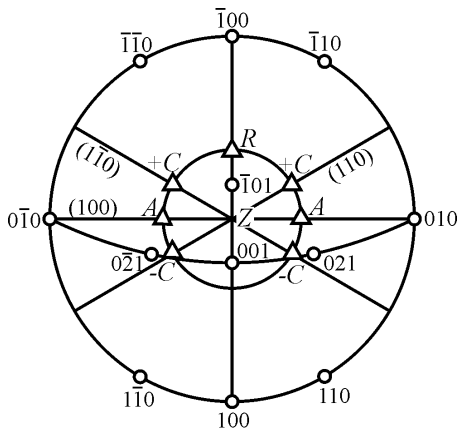


Рис. 38. Розташування осей L_3 кварцу на “ферсманівському колі” щодо важливих граней польового шпату в кварц-польовошпатових зростаннях за трапецедричними законами A , C і R (законом Розе)

А тепер розглянемо, як утворюється штрихувата видовжена форма вrostків кварцу в графічних пегматитах. І чому перетини вrostків мають такі незвичні полігональні або клиноподібні форми, які нагадують таємничі письмена. Щоб з'ясувати ці особливості їхтіогліптів, пригадаймо, що подібні штрихуваті голчасті вrostки піриту, гематиту й каситериту часто спостерігаються у прозорому кварці. Голки цих вrostків орієнтуються перпендикулярно грані кварцу, разом з якою розростались. Вони мають штрихуватість, паралельну цій грані, й часто завершуються добре ограниченими автоепітаксiальними головками кубів піриту і поліедрaми інших мінералів.

Тут очевидна сингенність росту штрихуватих вrostків і мінералу господаря та зв'язок компромісної (індукційної) огранки вrostків з орієнтацією власних граней вrostка і гранню мінерала-господаря. Ребра штрихуватості відповідають перетинам власних граней вrostка з гранню мінералу-господаря.

Таким чином сумісний ріст двох індивідів, що стикаються, призводить до утворення індукційних поверхонь на їх контакті, які вказують на сингенність росту обох кристалів. Ці спостереження

дають змогу підійти до з'ясування особливостей морфології та розташування іхтіогліптів кварцу в польовошпатовій матриці.

Отже, морфологія іхтіогліптів має такі особливості:

1. Вона повністю підпорядкована певному закону зростання, який визначає орієнтацію граней кварцу, що взаємодіють з площиною індукції польового шпату. Внаслідок взаємодії граней обох мінералів на їхньому перетині утворюються індукційні ребра. Форма ієрогліфів визначається розмірами, орієнтацією й кількістю цих індукційних ребер.
2. Псевдограні – компромісні поверхні сумісного індукційного росту – будуються індукційними мікрогранями, утвореними внаслідок почергового наростання граней кварцу на площину індукції польового шпату й останньої на грань кварцу. Тобто штрихуватість псевдограней обумовлена утворенням індукційних мікрограней обох мінералів.
3. Іхтіогліпти розташовані в певній піраміді росту польового шпату, мають однакове видовження, нормальне до площини індукції, що підкреслює секторіальну будову графічних пегматитів.

Питання для самоконтролю

Чим відрізняються епітаксичні зростання від ендотаксичних?

Які приклади первинних і вторинних закономірних зростань Ви знаєте?

На яких прикладах Ви можете схарактеризувати топотаксичні проростання?

Які приклади закономірних епітаксичних наростань Ви знаєте?

Які ознаки синхронності кристалізації кварцу й польового шпату в зростаннях графічних пегматитів?

Які закони кварц-польовошпатових закономірних зростань Ви знаєте?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Бакуменко И.Т. Методические указания к курсу “Кристаллография и кристалломорфология”. Вып. 2. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. ун-та, 1986. – 58 с.

Бакуменко І.Т. Мозаїчна будова кристалів та особливості розщеплених і скручених кристалів // Мінерал. збірник. – 2002. – № 52, вип.2. – С. 34-46.

Бакуменко І.Т. Про граничні форми скелетного й антискелетного росту // Мінерал. збірник. – 1999. – № 49, вип.2. – С. 31-44.

Болдырев А.К. Кристаллография. – Л.: Изд-во КУБУМ, 1930. – 331 с.

Ворошилов Ю.В., Довгий С.А., Павлишин В.И. Кристаллография в лицах. Этюды по истории науки. – К., 2013. – 398 с.

Ворошилов Ю.В., Павлишин В.И. Основы кристаллографии и кристаллохимии. Рентгенография кристаллов: учебник. – К.: КНТ, 2011. – 568 с.

Городецкий А.Ф., Саратовкин Д.Д. Дендритные формы кристаллов, образующиеся при антискелетном росте // Рост кристаллов: сб. статей под ред. А. В. Шубникова и Н. Н. Шефталы. Изд-во АН СССР, 1957. – С. 190–198.

Григорьев Д.П. О различии минералогических терминов: скелет, дендрит и пойкилит // Изв. вузов, геол. и разв. – 1965. – № 8. С. 145-147.

Григорьев Д. П., Жабин А. Г. Онтогенез минералов. Индивиду. –М.: Наука, 1975. – 339 с.

Дымков Ю. М. Парагенезис минералов ураноносных жил. – М.: Недра, 1985. – С.62.

Костов И. Кристаллография / пер. с болг. Г.П. Литвинской; под ред. Н.В. Белова. – М.: Мир, 1965. – 528 с.

Краснова Н.И., Петров Т.Г. Генезис минеральных индивидов и агрегатов. – СПб.: Невский курьер, 1997. – 228 с.

Малеев М.Н. Свойства и генезис природных нитевидных кристаллов и их агрегатов. – М.: Наука, 1971. – 199 с.

Мокиевский В.А. Морфология кристаллов: метод руководство. – Л.: Недра, 1983. – 295 с.

Павлишин В., Довгий С. Мінералогія: Вступ до мінералогії. Кристалохімія, морфологія і анатомія мінералів. Мікромінералогія і наномінералогія: підручник. – К.: КНТ, 2008. – 536 с.

Павлишин В.И., Юшкин Н.П., Попов В.А. Онтогенический метод в минералогии. – К.: Наукова думка, 1988. – 120 с.

Павлишин В.И. Основы морфології та анатомії кристалів: навч. посібник. К: Вид.-поліграф. центр Київський університет, 2000. – 186 с.

Попов Г.М., Шафрановський І.І. Кристалографія / пер. з рос. – Львів: Вид. Львів. ун-ту, 1959. – 337 с.

Пунин Ю.О. Расщепление кристаллов // Зап. Всесоюз. минерал. об-ва. – 1981. – Ч. 110. Вып. 6. – С. 666–686.

Шафрановский И.И. Кристаллы минералов. Кривогранные, скелетные и зернистые формы. – М.: Госгеолтехиздат, 1961. – 332 с.

Шафрановский И.И. Лекции по кристалломорфологии минералов. – Львов: Изд-во Львов. ун-та, 1960. – 163 с.

Шафрановский И.И. Очерки по минералогической кристаллографии. – Л.: Недра, 1974. – 152 с.

Шубников А. В., Флинт Е. Е., Бокий Г. Б. Основы кристаллографии. – М.;Л.: Изд-во АН СССР, 1940. – 503 с.

Шубников А.В., Кончик В.А. Симметрия в науке и искусстве. – М.: Наука, 1972. – 339 с.

Borchardt-Ott W. Kristallographie. – Berlin: Springer, 2009. – 372 S.

Klein C. Mineralogia / preklad z angl. Ju. Majzlan. Bratislava: Oikos-Lumon, 2006. – 680 s.

ЗМІСТ

Тема 14

Особливості структури кристалів. Ґратки Браве. Правила Браве.....1

Тема 15

Елементи симетрії нескінченних фігур.....11

Тема 16

230 просторових груп симетрії. Симетрія деяких структур кристалів.....19

Тема 17

Закономірні наростання, зростання і проростання..... 23

Паралельні зростки.....23

Двійникові утворення..... 24

Закони двійникування кристалів мінералів нижчої категорії.....28

Закони двійникування кристалів мінералів середньої категорії.....36

Закони двійникування кристалів мінералів вищої категорії.....41

Тема 18

Епітаксичні наростання та ендотаксичні проростання. Топотаксичні та синтаксичні зростання.....46

Список рекомендованої літератури.....54