

ПРО ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ УЗАГАЛЬНЕНОГО РЕОЛОГІЧНОГО ТІЛА

Є. Бицань

Інститут геофізики НАН України, пр. Палладіна, 32, Київ, Україна
E-mail: byzan@ukr.net

Коливні процеси в фізичних середовищах є загасальні, тому що вони непружні, тобто не задовольняють закону Гука. Це пов'язано, головню, їхньою внутрішньою мікроструктурою – зернистістю, мікротріщинами, теплопровідністю, атомною дифузією тощо [1, 2] і виявляється перш за все в перетворенні механічної енергії в теплову. Непружність фізичних середовищ враховують за допомогою математичних моделей в'язкопружних деформованих середовищ, які уводять у розрахункову модель, поряд з пружними елементами, в'язкі і пластичні, з'єднані між собою послідовно або паралельно в різних комбінаціях [3]. Ці моделі апроксимують процес поглинання механічної енергії під час коливань є досить ефективним апаратом для дослідження непружних особливостей фізичних середовищ.

Розглянемо реологічні тіла (РТ), які складаються з пружних (ПЕ) та в'язких (ВЕ) елементів, з'єднаних між собою паралельно або послідовно в різних комбінаціях. Зв'язок між напруженням і деформацією визначають за допомогою реологічного рівняння (РР), яке є певним узагальненням закону Гука і яке записують в узагальненому вигляді так:

$$P\sigma = Q\varepsilon, \quad (1)$$

де $P = \sum_{i=0}^m a_i D^i$ і $Q = \sum_{i=0}^n b_i D^i$ – лінійні диференціальні вирази (ЛДВ) зі сталими коефіцієнтами, $D = \partial / \partial t$.

Проаналізуємо з'єднання двох РТ, РР яких мають такий вигляд:

$$P_1\sigma_1 = Q_1\varepsilon_1, P_2\sigma_2 = Q_2\varepsilon_2. \quad (2)$$

У разі паралельного з'єднання деформації і напруження задовольнятимуть таке РР:

$$P_1 P_2 \sigma = (P_1 Q_2 + P_2 Q_1) \varepsilon, \quad (3)$$

а у випадку послідовного з'єднання РР набудуть вигляду

$$\left(Q_2 + P_2 Q_1 \right) \mathcal{G} = Q_1 Q_2 \varepsilon. \quad (4)$$

Рівняння (3), (4) є основою для дослідження властивостей РТ з довільною кількістю елементів. РТ можна утворювати рекурсивним способом, приєднуючи до певного РТ окремі елементи або РТ. За допомогою рівнянь (3), (4) можна проаналізувати процес утворення нових РТ і виявити їхні особливості.

Структура РТ визначена характером їхніх РР: порядками ЛДВ m і Q та особливістю ЛДВ m і Q . Ці характеристики залежать від кількості елементів та з'єднань певних типів і від співвідношення між ними. Особливості РТ можна визначити, аналізуючи процес його утворення за допомогою співвідношень (3) і (4). Проаналізуємо РТ, які вивчає реологія. Випишемо в таблицю інформацію про них, додавши для симетрії ще п'ятиелементні РТ.

Зазначимо, що РТ рангу $k = 1, 2$ відповідають чотири різні види РР, які поділяють РТ певного рангу залежно від порядку коефіцієнтів РР на два типи – квазіпружні (порядки коефіцієнтів у разі напруження і деформації однакові) і квазів'язкі (порядки коефіцієнтів у разі напруження на одиницю менше від порядку коефіцієнта за умов деформації), кожен з яких поділяється на два роди залежності від того, має ЛДВ Q в РР адитивну константу (АК) чи ні.

Переконаємось, що зазначені особливості РТ виконуються для РТ з довільним рангом.

Для цього доведемо методом математичної індукції таку теорему.

Теорема 1. Для довільного натурального числа n існують чотири різні види РР РТ рангу n , за допомогою яких РТ поділяють на два типи – квазіпружні та квазів'язкі, кожен з яких має два роди залежно від того, має ЛДВ Q в РР АК чи ні. РР для РТ з цих сукупностей мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} \left(+ a_1 D + \dots + a_{n-1} D^{n-1} \right) \mathcal{G} &= H_n^R D \left(+ b_1 D + \dots + b_{n-1} D^{n-1} \right) \mathcal{E}, \quad \mathcal{V}_{2n-1}, \\ \left(+ a_1 D + \dots + a_n D^n \right) \mathcal{G} &= H_n^R D \left(+ b_1 D + \dots + b_{n-1} D^{n-1} \right) \mathcal{E}, \quad \mathcal{H}_{2n}, \\ \left(+ a_1 D + \dots + a_{n-1} D^{n-1} \right) \mathcal{G} &= E_n^R \left(+ b_1 D + \dots + b_n D^n \right) \mathcal{E}, \quad \mathcal{V}_{2n}, \\ \left(+ a_1 D + \dots + a_n D^n \right) \mathcal{G} &= E_n^R \left(+ b_1 D + \dots + b_n D^n \right) \mathcal{E}, \quad \mathcal{H}_{2n+1}. \end{aligned} \quad (5)$$

де N – квазів’язкі, H – квазіпружні РТ; нижній індекс при них позначає кількість елементів у цих РТ, а n – їхній ранг.

Такий розподіл РТ можна взяти за основу класифікації РТ: тип тіла – КПРТ або КВРТ, і рід I – з АК і II – без АК в коефіцієнті разі деформації.

Ще треба звернути увагу на такий висновок з теореми 1.

Висновок. Кількість елементів у невиродженому РТ на одиницю перевищує кількість невироджених часів релаксації та часів післядії.

Справді, кількість невироджених часів релаксації дорівнює порядку ЛДВ P , а кількість часів післядії визначена порядком полінома з АК в ЛДВ Q , і з системи (8) впливають такі співвідношення між кількістю елементів у РТ і кількістю часів релаксації та часів післядії:

$$(N_{2n-1}): 2n-1-(n-1)-(n-1)=1; (H_{2n}): 2n-n-(n-1)=1;$$

$$(N_{2n}): 2n-(n-1)-n=1; (H_{2n+1}): 2n+1-n-n=1.$$

Отже, механічні коефіцієнти невиродженого РТ, яке складається з m елементів, можна знайти, знаючи релаксувальний модуль (пружний чи в’язкий залежно від роду РТ) та $m-1$ коренів (коефіцієнтів) характеристичних рівнянь, породжених ЛДВ m і Q .

Форму запису РР згідно з формулами (5) назвемо стандартною (зведеною). Вона залежить від трьох параметрів: рангу, або кількості елементів, типу (різниці між порядками ЛДВ P та Q) і роду (наявність чи відсутність АК в ЛДВ Q). За аналогією, як це робив К. Зінер [1], назвемо невироджене РТ з n елементів (k -го рангу), РР яких описують рівняннями (5), стандартними лінійними тілами i -го типу (квазіпружними або квазів’язкими, відповідно) j -го роду (з АК у ЛДВ Q чи ні) – СЛТ($n(k)/i/j$), де n – кількість елементів (k -ранг), а i – тип, або, відповідно, у формулах N_{2k-j} і H_{2k+j} , де, як зазначено, N – квазів’язкі, а H – квазіпружні РТ, нижній індекс позначає кількість елементів у РТ, k – ранг, а $j=0$ або 1 залежно від типу і роду РТ – у КВРТ $j=0$ у випадку, коли коефіцієнті у разі деформації має АК, і $j=1$, коли її немає, а в КПРТ навпаки: $j=0$ в випадку, коли коефіцієнті у разі деформації немає АК, і $j=1$, коли вона є.

Кожна зі стандартних форм запису РР РТ, кількість елементів у яких більше двох, має кілька невироджених реалізацій, які утворюють клас механічно (реологічно) еквівалентних реологічних тіл. Механічно

еквівалентними, або подібними РТ, назвемо РТ, РР яких відрізняються коефіцієнтами. Якщо ж коефіцієнти РР однакові за значенням, то такі РТ назвемо реологічно еквівалентними, тому що в цьому випадку збігаються їхні часи релаксацій і часи післядії. Кількість реалізацій залежить від кількості елементів реологічного тіла. Наприклад, у трьохелементних РТ маємо по дві, а в чотириелементних РТ – по чотири реалізації кожного типу.

Постає питання: чим відрізняються вироджені приєднання від невироджених. Виявляється, що вони тісно пов'язані зі структурою базового РТ (рангом, типом та родом), характером приєднання і типом приєданого механічного елемента, а також з різницею між кількістю пружних і в'язких елементів $\delta_H = |n_N - n_H|$ та різницею між кількістю паралельних та послідовних включень $\delta_- = |n_+ - n_-|$, де n_H і n_N – кількість пружних і в'язких елементів, n_+ і n_- – кількість паралельних та послідовних приєдань у РТ, відповідно. Назвемо балансом приєднання суму різниць $\delta = \delta_e + \delta_c$. Якщо підрахувати баланс для РТ, які застосовують у реології, то виявиться, що для них він дорівнює одиниці:

$$\delta_e + \delta_c = 1. \quad (6)$$

Такі тіла назвемо збалансованими. З'ясуємо роль балансу в разі побудови РТ. Приєднання певного елемента до РТ назвемо виродженням, якщо в підсумку одержимо РТ, РР якого якісно не змінюється, і відрізняються лише коефіцієнтами, а ранг, рід і тип РР не змінюються, тобто новоутворене РТ є механічно еквівалентним базовому. Наприклад, приєднуючи до певного елемента однотипний елемент, одержимо в підсумку той самий елемент, тільки іншої величини. Приєднуючи паралельно до тіла Фойгта пружний або в'язкий елемент, одержимо тіло Фойгта, проте з іншими за значенням коефіцієнтами. Таких прикладів можна навести дуже багато. І питання про умови побудови невироджених РТ є нетривіальним.

Простежимо виконання балансу в разі утворення нових РТ. Приєднаємо ПЕ послідовно та паралельно до РТ k -го рангу і запишемо ці результати в таку таблицю:

$$\begin{aligned} H|H_{2k} = H_{2k+1}, H|H_{2k+1} = H_{2k+1}, H - H_{2k} = H_{2k}, H - H_{2k+1} = H_{2k+1}, \\ H|N_{2k-1} = N_{2k}, H|N_{2k} = N_{2k}, H - N_{2k-1} = H_{2k}, H - N_{2k} = H_{2k+1}. \end{aligned} \quad (7)$$

З восьми варіантів ми маємо чотири вироджені й чотири неvirоджені випадки. Незавжди переконались, що неvirодженими є тільки такі приєднання, які виконують з дотриманням умови балансу. Якщо ж умова балансу не виконується, то виникає виродження – структура РР базового РТ внаслідок приєднання до нього ПЕ не змінюється. Приєднання ПЕ до РТ не підвищує рангу, а може тільки змінити рід або тип.

Неvirоджені РТ запишемо в окрему таблицю:

$$H|H_{2k} = H_{2k+1}, H|N_{2k-1} = N_{2k}, H - N_{2k-1} = H_{2k}, H - N_{2k} = H_{2k+1}. \quad (8)$$

Як бачимо, характерною особливістю приєднання ПЕ до РТ є те, що внаслідок приєднання ранг нового РТ не змінюється, причому в разі паралельного приєднання тип РТ зберігається, а рід змінюється, а у випадку послідовного з'єднання навпаки, тип РТ змінюється, а рід залишається без змін.

Далі розглянемо приєднання ВЕ до всіх чотирьох варіантів збалансованих РТ k -го рангу. Результати приєднання ВЕ до РТ k -го рангу запишемо так:

$$\begin{aligned} N|H_{2k} = N_{2k+1}, N|H_{2k+1} = N_{2k+1}, N - H_{2k} = H_{2k}, N - H_{2k+1} = H_{2k+1}, \\ N|N_{2k-1} = N_{2k-1}, N|H_{2k} = N_{2k}, N - H_{2k-1} = N_{2k-1}, N - N_{2k} = N_{2k+1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Неvirоджені випадки приєднання ВЕ до РТ можна записати у вигляді

$$N|H_{2k} = N_{2k+1}, N|H_{2k+1} = N_{2k+1}, N - N_{2k} = N_{2k+1}, N - H_{2k+1} = H_{2k+1}, \quad (10)$$

звідки робимо висновок, що неvirоджене приєднання ВЕ до РТ підвищує його ранг, причому послідовне приєднання зберігає тип базового РТ, змінюючи рід, а паралельне зберігає рід базового РТ і змінює його тип.

Одержаний результат можна сформулювати як лему.

Лема. Приєднання одиничного реологічного елемента до збалансованого РТ буде неvirодженим у випадку, коли воно виконується з дотриманням умови балансу, тобто дотримання балансу є достатньою умовою неvirодженості РТ.

Розглянемо далі об'єднання окремих РТ. Вище доведено, що РТ поділяють за структурою на чотири сукупності. Проаналізуємо вплив структури окремих РТ і типу об'єднання на структуру об'єданого РТ. Будемо вважати, що РТ доданки є неvirодженими (поліноми P_i і Q_i не мають спільних коренів), і ЛДВ обох доданків P у разі паралельного і Q у

разі послідовного об'єднання не мають спільних коренів. Результати об'єднання двох збалансованих РТ запишемо в окрему таблицю:

$$\begin{aligned}
 N_{2k-1}|N_{2k-1} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, N_{2k-1} - N_{2l-1} = N_{2\llcorner+l-1}\rceil_1, N_{2k-1}|H_{2l} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, \\
 N_{2k-1} - H_{2l} = N_{2\llcorner+l-1}\rceil_1, N_{2k-1}|N_{2l} = N_{2\llcorner+l-1}\rceil_1, N_{2k-1} - N_{2l} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, \\
 N_{2k-1}|H_{2l+1} = N_{2\llcorner+1}\rceil_1, N_{2k-1} - H_{2l+1} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, H_{2k}|H_{2l} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1 \quad (11) \\
 H_{2k}|H_{2l} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, H_{2k} - H_{2l} = H_{2\llcorner+l-1}\rceil_1, H_{2k}|N_{2l} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, H_{2k} - N_{2l} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, \\
 H_{2k}|H_{2l+1} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, H_{2k} - H_{2l+1} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, \\
 N_{2k}|N_{2l} = N_{2\llcorner+l-1}\rceil_1, N_{2k} - N_{2l} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, \\
 N_{2k}|H_{2l+1} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, N_{2k} - H_{2l+1} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, \\
 H_{2k+1}|H_{2l+1} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, H_{2k+1} - H_{2l+1} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1.
 \end{aligned}$$

Усього налічують 20 різних варіантів, з них половина – вироджені, і половина не вироджені. Невироджені випадки:

$$\begin{aligned}
 N_{2k-1}|H_{2l} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, N_{2k-1} - N_{2l} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, N_{2k-1}|H_{2l+1} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, \\
 N_{2k-1} - H_{2l+1} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, H_{2k}|H_{2l} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, N_{2k}|H_{2l} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, \\
 H_{2k} - N_{2l} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, H_{2k}|H_{2l+1} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1, \quad (12) \\
 N_{2k} - N_{2l} = N_{2\llcorner+l}\rceil_1, N_{2k} - H_{2l+1} = H_{2\llcorner+l}\rceil_1.
 \end{aligned}$$

Характерною особливістю не вироджених об'єднань є те, що їх виконують з дотриманням умови балансу (6). Звідси впливає така теорема.

Теорема 2. Об'єднання двох не вироджених РТ буде не виродженим у випадку, коли його виконують з дотриманням умови балансу (6), так що ця умова є достатньою умовою виконання не виродженості сумарного РТ.

З формул (12) можна зробити висновок, що у разі паралельного з'єднання КПРТ і КВРТ сумарне РТ є КВРТ, а якщо один з доданків має АК у випадку деформації, а інший – ні, то сумарне РТ матиме АК у разі деформації. У випадку послідовного з'єднання КПРТ і КВРТ матимемо дзеркальне відбиття – сумарне РТ буде КПРТ, а коефіцієнт у разі деформації буде без АК, якщо хоча б один з РТ – доданків не матиме її.

-
1. Зинер К.М. Упругость и неупругость металлов. М.: ИЛ, 1954. 396 с.
 2. Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. М.: Изд-во иностр. л-ры., 1955. 192 с.
 3. Бленд Д. Теория линейной вязкоупругости. М.: Мир, 1965. 200 с.

НАВЧАЛЬНА ГЕОІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА "СТРУКТУРНА ГЕОЛОГІЯ ДОЛИНИ РІКИ СУКІЛЬ, ЗОВНІШНІ КАРПАТИ"

І. Бубняк, В. Бельський, Ю. Андрейчук.

Львівський національний університет імені Івана Франка

вул. Грушевського, 4, 79005 м. Львів

E-mail: phis.geo@franko.lviv.ua

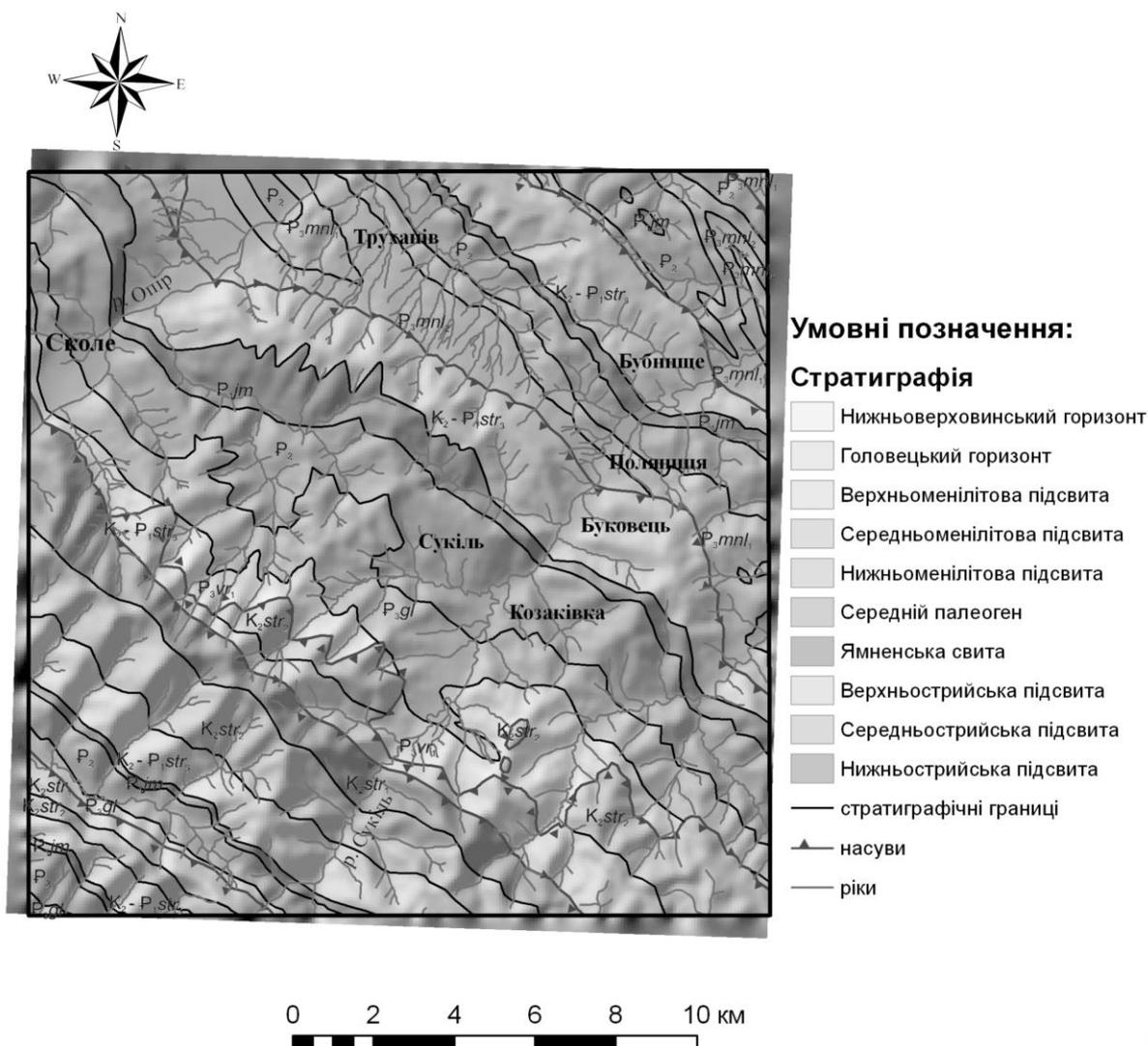
Протягом останніх років кафедра фізики Землі Львівського національного університету імені Івана Франка проводить спеціальну геологічну практику для студентів третього курсу. За цей період зібрано велику кількість інформації, головню, зі структурної геології – заміри тріщинуватості, розломів, складок тощо. Виникла нагальна необхідність організувати цю інформацію в зручній формі для пошуку, опрацювання та відображення.

На нашу думку, найліпшим підходом є використання геоінформаційних систем (ГІС). Використання ГІС, що розвивається швидкими темпами, дає змогу значно пришвидшити всі стадії геологічних досліджень – від збирання даних у полі до видання кінцевого результату. Поява GPS-приладів суттєво змінює хід польових досліджень, значно їх пришвидшуючи. Окрім того, на геологічному факультеті читають курс "Геоінформаційні технології в геології". Тому, на нашу думку, доцільно об'єднати ці дві навчальні дисципліни в один проект. Оскільки найбільше уваги приділяють структурній геології, то проект отримав назву "Структурна геологія долини ріки Сукіль, Зовнішні Карпати".

Для створення проекту використано пакет програми фірми ESRI та модулі, що входять до нього. Першим завданням було створення топографічної основи для подальших робіт. Передусім оцифровано горизонталі, гідрмережу та вершини. Частина цієї роботи виконана в рамках курсових робіт по кафедрі фізики Землі. Результати цього етапу використано для подальших побудов, а також друкування паперових карт для польових досліджень. Результатом цього етапу є низка карт і блок-діаграм. Серед них – гідрографічна карта межиріччя Опору та Сукелі, орогідрографічна карта межиріччя Опору та Сукелі, 3-D модель межиріччя Опору та Сукелі.

Наступний етап – побудова геологічної карти долини ріки Сукіль. Геологічна карта – паперовий чи електронний варіант – це складна система, з

величезною кількістю інформації. Варіанти відрізняються способом організації інформації – просторової та атрибутивної. За більш ніж двохсотлітню історію побудовано велику кількість карт різноманітного призначення та різних масштабів. Незалежно від призначення та масштабу геологічні карти мають умовні позначення, один або декілька перетинів та стратиграфічну колонку.



Фрагмент електронної геологічної карти межиріччя Опору та Сукелі,
накладена на GRID модель

Для побудови електронної карти ми використали геологічну карту Українських Карпат у масштабі 1:100 000 авторів В. Кузовенка та В. Шлапінського. Передусім використано геологічні границі, насуви та розломи. Для їхньої побудови створено відповідні шейпфайли. В атрибутивних таблицях, що описують насуви, наведено інформацію про їхні назви, хто їх виділив, іншу назву, якщо така є. Аналогічна інформація зібрана

і для поперечних розломів. Наступний крок – побудова полігональних об'єктів, що відображають геологічну будову досліджуваної території. Також створено шейпфали з відповідним наповненням атрибутивної інформації – літологія, потужність окремих пластів, фауністичні залишки тощо. Перевага електронної карти полягає у можливості її швидкого редагування, а також у виведенні на друк як цілої карти, так і окремих її ділянок у потрібному масштабі.

Накладення геологічної карти на 3D моделі рельєфу дає змогу точніше виявляти взаємозв'язки геологічної структури з геоморфологічними особливостями.

Описану вище електронну карту використовують для цифрового геологічного картування, яке проводять у долині р. Сукіль. Переваги цифрового картування досить широко описані в літературі [1, 2]. Назвемо головні з них: точність локалізації об'єктів; швидкість опрацювання інформації; безпосереднє введення даних у полі.

1. Веклич Ю. М., Клочков В. М., Піяр Ю. К., Клочков С. В. Геологічне картування на основі комп'ютерних технологій // Геоінформатика. 2002. № 2. С. 34–38

2. McCaffrey K. J. W., Jones R.R., Holdsworth R.E. et al. Unlocking the spatial dimension: digital technologies and the future of geoscience fieldwork // J. of the Geological Society. 2005. Vol. 162. N. 6. P. 927–938

TEACHING GEOINFORMATION SYSTEM «STRUCTURAL GEOLOGY OF THE RIVER SUKIL VALLEY, OUTER CARPATHIANS»

I. Bubniak, V. Belskyi, Yu. Andreychuk

The creation of the Teaching Geoinformation System «Structural geology of the river Sukil valley, Outer Carpathians» is described. It is shown the advantage of the digital geological maps.

ФОТОГРАФІЧНИЙ СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ МАЛИХ ДЕФОРМАЦІЙ

Ю. Дацюк

*Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Грушевського, 4, 79005 м. Львів
E-mail: yudat@ukr.net*

Фотограмметрія об'єднує широкий клас задач, пов'язаних із дослідженням геометрії зображень [1–3]. Для аналізу малих змін зображень і вимірювання деформацій тіл щораз більшої популярності набувають дистанційні, або безконтактні, способи дослідження, пов'язані з отриманням і опрацюванням цифрових зображень. Суть фотографічного методу визначення деформацій полягає у вимірюванні відстаней до і після дії деформації між точковими мітками, прикріпленими на досліджуване тіло. Суттєвою позитивною стороною є вимірювання деформацій віддалених або складних за формою тіл, не потрібна процедура градування.

Схема експериментальної частини визначення деформацій фотографічним способом показана на рис. 1. На об'єкт дослідження наносять точкові мітки, розмір яких вибирають з умови, що діаметр зображення точкової мітки дорівнює розміру пікселя на цифровому зображенні. На певній відстані від об'єкта дослідження, за якої досліджуваний об'єкт повністю потрапляє в поле кадру, проводять серії фотографувань недеформованого та деформованого стану тіла (див. рис. 1).

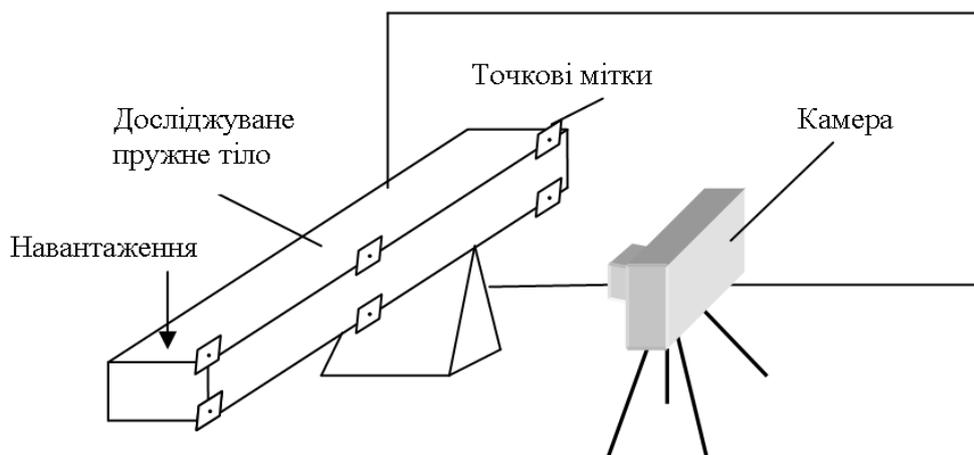


Рис. 1. Схема експерименту з дистанційної тензометрії

На рис. 2 зображено схему нанесення точкових міток на пружне тіло (для простоти опису вибрано балку).

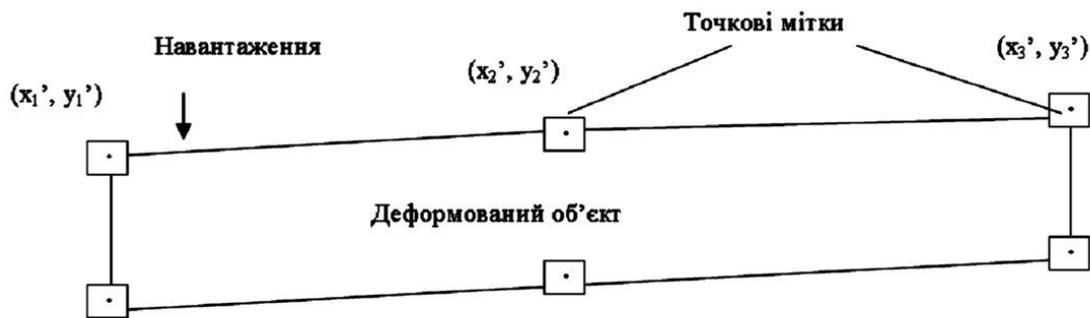


Рис. 2. Схема нанесення точкових міток на досліджуване тіло

Найважливішим моментом фотографічного способу тензометрії є вибір методики визначення відстаней між зображеннями точкових міток. Точність цього методу залежить від способу опису інтерполяції кривої між нанесеними на тіло мітками. Точність опису цієї кривої зростає за умов збільшення кількості міток, проте в цьому випадку ускладнюються розрахунки. На рис. 2 зображено схему нанесення точкових міток на пружне тіло (для простоти опису вибрано балку). Теорію деформації тіла довільної форми описують аналогічно.

Прийmemo, що за незначних пружних деформацій для опису кривої деформації (1–2–3) (див. рис. 2) достатньо використати квадратичне наближення і тоді крива квадратичного порядку $y(x) = ax^2 + bx + c$ буде задана умовами проходження кривої через точки (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) :

$$\begin{cases} ax_1^2 + bx_1 + c = y_1 \\ ax_2^2 + bx_2 + c = y_2 \\ ax_3^2 + bx_3 + c = y_3 \end{cases} \quad (1)$$

де a, b, c – невідомі коефіцієнти, які шукають шляхом розв'язування (1).

Відносну деформацію кривої 1–2–3 записують у вигляді

$$\varepsilon = \Delta l_{123} / l_{123} = (l_{1'2'3'} - l_{123}) / l_{123} .$$

Довжину кривих 1–2–3 шукають як інтеграл по траєкторії, інтерпольованій параболою:

$$l_{123} = \int_1^3 \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \int_{x_1}^{x_3} \sqrt{1 + \underbrace{(2ax + b)^2}_{\text{}} } dx \quad (2)$$

Іншим важливим моментом для визначення точної довжини між центрами точкових міток є необхідність якомога точнішого з'ясування

положення центрів зображень цих міток. Зображення точкових міток на піксельній карті має вигляд, як на рис. 3.

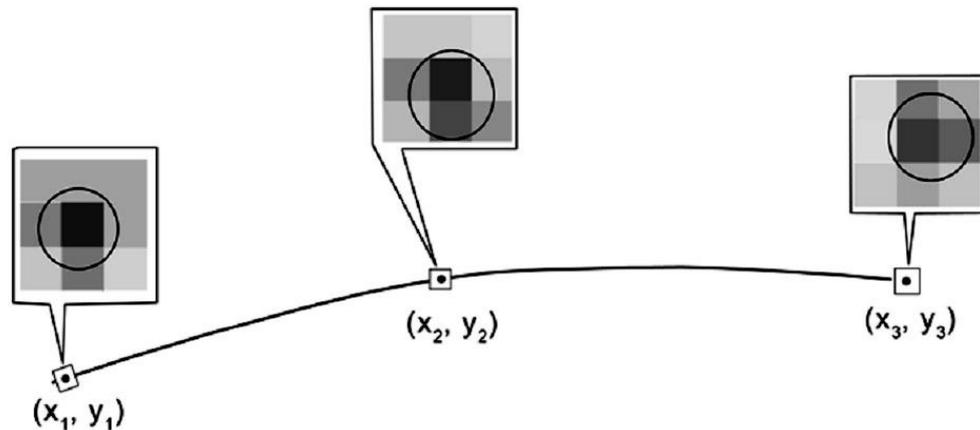


Рис. 3. Зображення точкових міток на піксельній карті цифрової фотографії. Кола умовно описують положення реального зображення точкових міток.

З наведених прикладів зображень точкових міток видно, що карти пікселів відрізняються між собою з огляду на різницю положення самих зображень точкових міток. Для з'ясування зв'язку між картою пікселів та точним положенням зображення мітки скористаємося припущенням, що під час фотографування зображення мітки є однорідною по площі темною плямою діаметром близько 2 пікселів, а зображення навколо плями є світлим і однорідним. Будемо вважати, що яскравість пікселів залежить від співвідношення кількості темної і світлої частини зображень, які потрапили на піксель: чим темніший піксель, тим більше його покривала темна частина зображення мітки. Як критерій освітленості пікселів виберемо частину площі зображення мітки, яке потрапляє на піксель S_i , де $i = 1 \dots 9$. Яскравість пікселів описуватимемо величинами B_i , де $i = 1 \dots 9$. Критерій точності положення центра темної плями шукатимемо з умови наявності максимуму коефіцієнта кореляції Персона між яскравістю пікселів та потраплянням частин темних площ зображення мітки на пікселі:

$$r = \frac{9(\sum B_i S_i) - (\sum S_i)(\sum B_i)}{\sqrt{[\sum B_i^2 - (\sum B_i)^2][\sum S_i^2 - (\sum S_i)^2]}}. \quad (4)$$

Для пошуку місця центра темної плями (зображення точкової мітки) на піксельній карті розроблено процедуру та відповідний їй алгоритм. Автоматичний пошук розв'язку виконує спеціально розроблена програма в середовищі візуального програмування DELPHI. Як вхідні параметри для

розрахунку задані яскравості пікселів, на які потрапило зображення мітки, та радіус плями (оцінке значення радіуса задає користувач для підвищення точності пошуку центра плями). Результатом пошуку програми є уточнення координат (dx , dy) положення центра плям у зоні найтемнішого пікселя. Критерієм точності для користувача є максимальне значення коефіцієнта кореляції, який теж видається як результат виконання програми. У випадку недостатньої точності розрахунку користувач може змінити радіус темної плями зображення точкової мітки і провести інший пошук.

Щоб перевірити та апробувати описану вище методику визначення деформації пружних тіл проведено експеримент з пружного деформування дерев'яної балки довжиною 1 м. На рис. 4 показано накладення фотографій недеформованої та деформованої за двох значень навантаження балки.

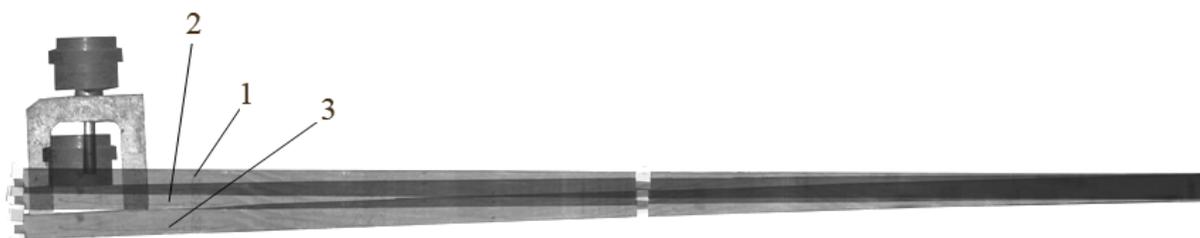


Рис. 4. Фотографії дерев'яної балки з нанесеними на неї мітками за різних навантажень: 1 – балка без навантаження; 2 – балка з навантаженням 0,6 кг; 3 – балка з навантаженням 1,5 кг.

Результати вимірювань і розрахунків за описаною вище методикою відображено на рис. 5.

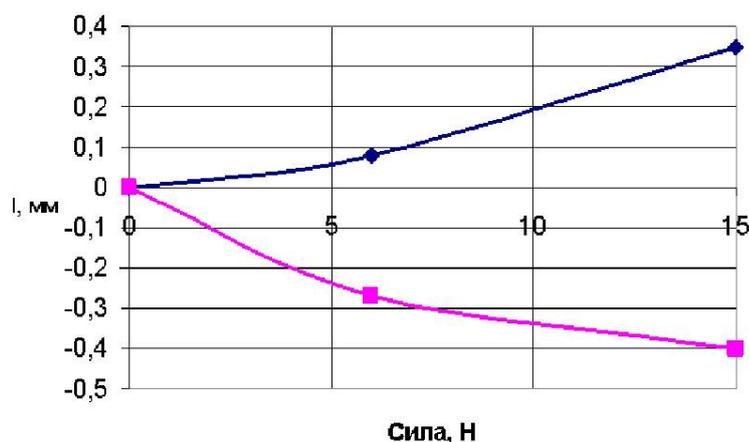


Рис. 5. Зміна відстані між мітками 1–2–3 залежно від сили, прикладеної до балки. Верхня крива відповідає видовженню верхньої грані балки, а нижня – стисненню балки під дією навантаження.

На графіку показано залежність абсолютного видовження верхньої і скорочення нижньої граней балки довжиною 1 м залежно від прикладеного навантаження. З отриманих результатів випливає, що за абсолютною величиною видовження та скорочення дорівнюють одне одному з точністю визначення положення центрів міток, і ця похибка становить не більше 0,08 мм для умов експерименту.

Отже, наведено опис і експеримент з дистанційного способу визначення деформацій шляхом аналізу цифрових зображень об'єктів з нанесеними на них точковими мітками. Точність цього методу визначення досягає десятих частин пікселя зображення, а у величинах відносних деформацій досягає значення 10^{-4} . Точність цього методу залежить від шумів на цифровому зображенні, а також роздільної здатності оптики і кількості пікселів на матриці камери. Кількісна оцінка точності описаного способу потребує додаткових досліджень.

-
1. *Лобанов А.К.* Фотограмметрия. М.: Недра, 1984.
 2. *Fricker S. Walker R. Sandau.* "LH-System's ADS40 : Photogrammetry goes fotally digital". Vermessuing, Photogrammetry, Kulturtechnik, 2000. <http://www.lh-systems.com>.
 3. *Дорожинський О.Л.* Аналітична та цифрова фотограмметрія. Львів, 2000. 80 с.

MASURING THE LITTLE DEFORMATION BY MEANS OF PHOPTOGRAPHIC METHOD

Yu. Datsyuk

The description and analysis of technique of remote measurement of little deformation of solid by means of analysis of pixel images of dot markers are represented in work. Accuracy of given method is about 10^{-4} of relative deformation.

7

МОДЕЛЮВАННЯ МАГНІТНИХ АНОМАЛІЙ НАД ТІЛАМИ РУДНИХ ГАБРОЇДОВ КОРОСТЕНСЬКОГО ПЛУТОНУ (УКРАЇНСЬКИЙ ЩИТ)

М. Зейгельман, Т. Міхєєва, Н. Панченко

Інститут геофізики НАН України, пр. Паладіна, 32, м.Київ
E-mail: mtat@ukr.net

У межах Коростенського та Корсунь-Новомиргородського плутонів і їхнього облямування виявлено низку корінних родовищ і проявів апатит-ільменітових та ільменіт-титаномагнетитових руд, просторово й генетично пов'язаних з тілами габроїдів. Останнім часом з огляду на зменшення запасів розсипних і залишкових (у корі вивітрювання) родовищ ільменіту посилюється інтерес до промислової розробки корінних носіїв титанових покладів, що можуть бути рентабельними в разі комплексного використання – вилучення супутніх елементів [2, 3]. Завдяки розшукам нових корінних покладів та уточненню характеру розподілу рудної мінералізації у вже виявлених на особливу увагу заслуговують питання кількісної інтерпретації та тлумачення гравітаційних і магнітних аномалій над тілами рудних габроїдів. Розглянемо методичку та результати інтерпретації магнітних аномалій над Стремигородським та Кропивенським тілами рудних габроїдів, збагачених вкрапленням фосфатно-титанового зруденіння.

У ході інтерпретації гравітаційних і магнітних аномалій Стремигородської й Кропивенської ділянок використано алгоритми автоматизованого добору на ЕОМ [1]; побудовано моделі магнітоактивних джерел та щільнісні моделі (по полю Δg). Головну увагу акцентували на моделях магнітоактивних джерел. Побудовані моделі є неординарними. Приклад таких моделей для Стремигородської ділянки показано на рисунку. Зоображені на рисунку варіанти моделі, незважаючи на різну кількість сегментів, відображають ті самі принципові особливості розподілу магнітоактивних джерел. Характер розташування сегментів і напрям векторів намагніченості в них виділяє концентрично-зональну будову тіла рудних габроїдів, виникає враження наявності елементів розшарування у середині об'єкта, конформного розташуванню бічних контактів тіла габроїдів. На моделях зображено вектори ефективної намагніченості, що характеризують кожний із сегментів загалом, які можна розглядати як сумарні для сукупності (безлічі) елементарних носіїв магнітних властивостей, розташованих у межах

відповідного сегмента тіла. Біля лівого (південно-західного) краю тіла розташовані сегменти з прямою полярністю намагніченості (що узгоджується з напрямом сучасного геомагнітного поля Землі), біля правого (північно-східного) краю – зі зворотною. У крайових (периферійних) сегментах вектори намагніченості мають круте падіння, у центральній частині моделі – більш полого. Інтенсивність (модуль) векторів намагніченості в крайових сегментах порівняно з даними вимірювання на зразках керна свердловин у центральній частині моделі занижена приблизно вдвічі.

У підсумку зробили такі висновки.

1. Проведено інтерпретацію магнітних аномалій над тілами рудних габроїдів Коростенського плутону (Стремигородська та Кропивенська ділянки). Побудовано моделі магнітоактивних джерел, що відповідають спостереженим аномаліям (їхній зональній компоненті) та апріорним геолого-геофізичним даним. Побудовані моделі є неординарними (авторам невідомі аналоги в опублікованій літературі). Їх можна розглядати як новий клас моделей для інтерпретації магнітних аномалій над тілами рудних габроїдів з фосфор-титановим зрудненням.

2. У процесі аналізування різномасштабних карт магнітного й гравітаційного полів з'ясовано, що Стремигородська та Кропивенська інтрузії рудних габроїдів розташовані у вузлах сполучення тектонічних зон. З цим пов'язана штокоподібна форма інтрузій і особливий характер їхньої постмагматичної еволюції.

3. Магнітні аномалії, спостережені над тілами рудних габроїдів, є результатом суперпозиції декількох різних за геологічною природою компонент поля. Серед таких компонент домінує складова (зональна компонента), що відображає вплив тіл габроїдів загалом; їй властиві найінтенсивніші збурювання магнітного поля. Ця компонента визначає характер побудованих моделей. Є вагомі підстави пов'язувати походження зональної компоненти з тонкодисперсною вкрапленістю магнетиту (гематиту?) у породоутворювальних силікатах, заміщених у процесі постмагматичних змін вторинними асоціаціями мінералів.

4. На тлі зональної компоненти виявляються локальні аномалії, для деяких з них можна припустити зв'язок з густо вкрапленим зрудненням (носії магнітних властивостей – титаномagnetит, магнетит, що

супроводжують ільменіт). За інтенсивністю локальні аномалії значно поступаються зональній компоненті.

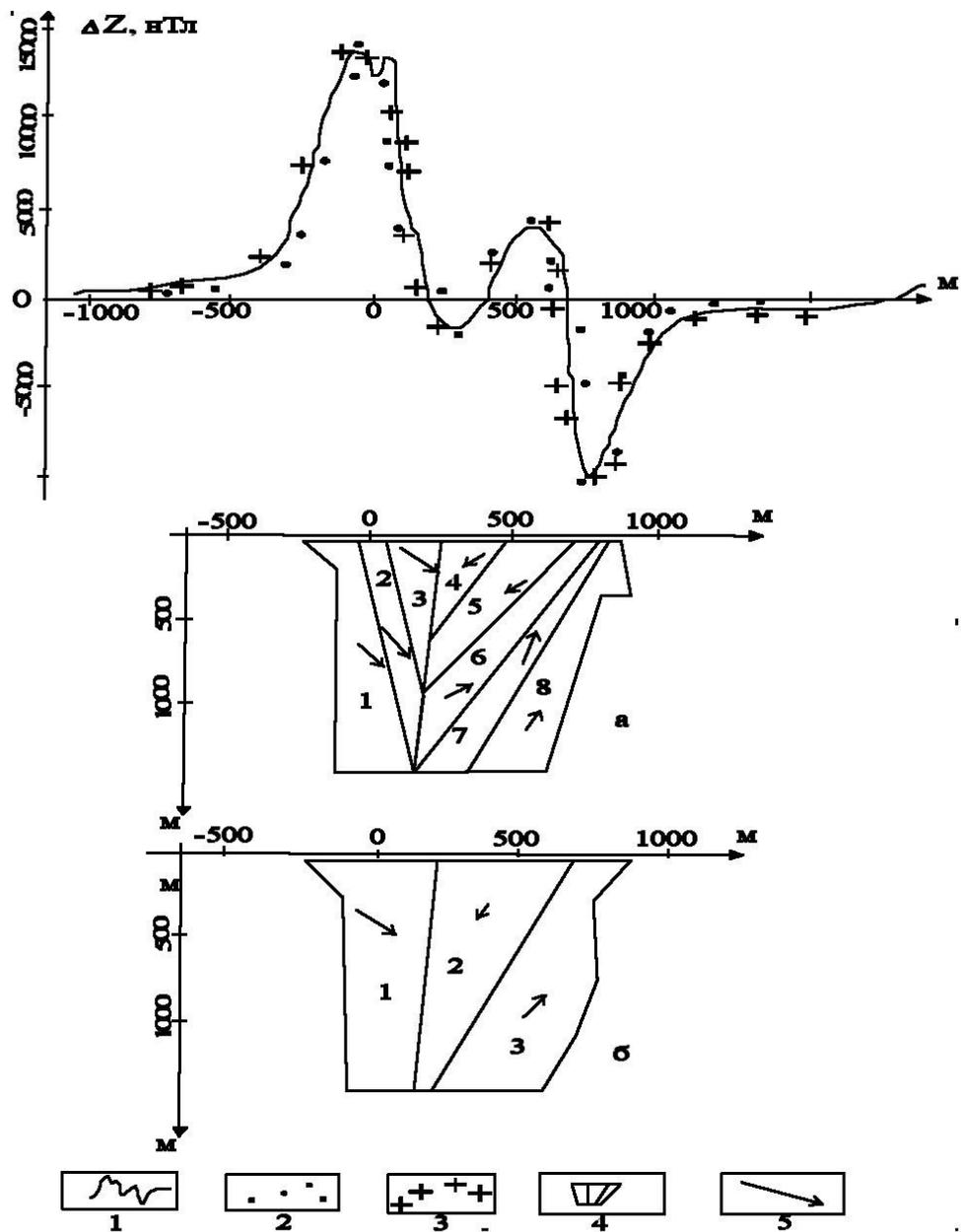
5. Відповідно до побудованих моделей, у тілах рудних габроїдів у межах магнітоактивного тіла є ділянки з прямою та зворотною полярністю векторів ефективної намагніченості. Вони розташовані так, що забезпечена замкнутість головної частини магнітного потоку всередині тіла габроїдів (див. рисунок).

6. Серед можливих чинників, які ускладнюють процес інтерпретації магнітних аномалій над тілами габроїдів, назвемо різко виражену неоднорідність їхньої намагніченості й наявність у складі аномалій різнотипних за геологічною природою компонент поля, зумовлених різними генераціями феримагнітних мінералів.

7. У ході інтерпретації з'ясовано, що джерела найбільш високоамплітудної (зональної) компоненти магнітних аномалій безпосередньо не пов'язані з рудною мінералізацією, вони можуть бути асоційовані із вкрапленістю магнетиту в заміщенні (у процесі постмагматичної зміни) породоутворювальних мінералів. На підставі досвіду інтерпретації магнітних аномалій Стремигородської та Кропивенської штокоподібних інтрузій, а також даних літературних джерел зазначимо, що інтенсивність магнітних аномалій може слугувати провідним критерієм у разі прогнозування й пошуків багатих (з високим вмістом окису титану) покладів. Відповідна інформація має непрямий, опосередкований характер, завуальована інтенсивними збурюваннями поля, зумовлені джерелами нерудного типу й неоднорідностями будови габроїдів. Головну увагу у разі тлумачення магнітних полів варто звертати на особливості морфології аномалій середньої інтенсивності (від 200 до 2000 нТл) З огляду на це особливо актуальним є розроблення методики розпізнавання "рудних" аномалій та виділення їх зі спостереженого поля.

Для підвищення ефективності тлумачення гравітаційних і магнітних полів під час прогнозування пошуків корінних родовищ титанових руд необхідне подальше детальне вивчення структури аномалій над тілами і масивами габроїдів північно-західної частини Українського щита, аналізу їхнього зв'язку з проявами рудної мінералізації, дослідження петромагнітних характеристик порід та руд тощо. Особливу увагу варто приділяти пошуку

об'єктів нетрадиційного типу, відмінного від штокоподібних рудних габроїдів.



Стремигородська ділянка, профіль 15: а, б – результати моделювання аномалії ΔZ : 1 – спостережена аномалія ΔZ ; 2, 3 – аномалії, розраховані від підбраної моделі; 4 – контури підбраної моделі; 5 – напрям векторів ефективної намагніченості.

1. Автоматизированный подбор гравитационных и магнитных аномалий: программно-алгоритмическое обеспечение и методические рекомендации / Булах Е.Г., Зейгельман М.С., Корчагин И.Н. Киев, 1986. 235 с. Рукопись деп. в ВИНТИ, №8363-В Деп.

2. *Галецький Л., Ремезова О.* Титанові руди України // Геолог України. 2007. № 3. С. 51–61.
3. *Кривдик С.Г., Дубина О.В., Гуравський Т.В.* Деякі мінералогічні та петрологічні особливості рудоносних (фосфор, титан) габроїдів анортозит-рапаківігранітних плутонів Українського щита // Мінерал. журн. 2008. Т. 30. № 4. С. 41–57.

MODELING THE MAGNETIC ANOMALIES OVER BODIES OF ORE HABROIDS OF KOROSTEN' PLUTO (UKRAINIAN SHIELD)

M. Zeigelman, T. Mikheva, N. Panchenko

The technique and results of interpretation of magnetic anomalies over bodies of ore habroids of Korosten' Pluto are considered. The technique of interpretation upon example of two objects enriched with phosphate-titanium ore mineralization is demonstrated. Models of magnetic-active sources are build and the geological interpretation is presented. Some conclusions concerned of zone structure, peculiarities of their magnetization structure of magnetic anomalies and their possible sources are formulated.

7

ІНФОРМАЦІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТА МОНІТОРИНГ ВЕКТОРІВ ВІЗЕ В СЕЙСМОАКТИВНИХ РЕГІОНАХ

Т. Климкович, Ю. Городиський, В. Максимчук

Карпатське відділення Інституту геофізики ім.С.І.Субботіна НАН України
E-mail: tamara@cb-igph.lviv.ua

Компонентами вектора Візе A , B є коефіцієнти лінійної комбінації між варіаціями компонент геомагнітного поля $\delta Z = A\delta X + B\delta Y$. Компонента A спрямована на північ, а B – на схід. Стрілка побудована за компонентами A , B вказує напрям від аномалії підвищеної електропровідності, тому вектори Візе використовують для оконтурення таких аномалій. Величини A , B називають також передавальними функціями геомагнітного поля. Зміст знаходження цих функцій полягає в тому, що вони є функціями тільки частоти збуджувальної хвилі і не залежать від її поляризації. Вони мали б залишатись

сталими за умови, що параметри надр не змінюються. Однак довготривалими спостереженнями виявлено, що передавальні функції не є сталими в часі, причому в деяких сейсмоактивних регіонах, зокрема в Китаї та Японії, виявлені аномальні часові зміни цих параметрів перед сильними землетрусами.

Для дослідження подібних зв'язків у Закарпатській сейсмоактивній зоні вже понад 20 років проводять безперервний моніторинг векторів Візе за даними магнітоваріаційних спостережень на режимній геофізичній станції “Нижнє Селище” (РГС НС). Незважаючи на те, що надійних ознак провісничого типу в часових змінах векторів Візе для місцевих Закарпатських землетрусів виявити не вдалося, певні кореляції їхніх аномальних змін з розподілом сейсмічності зафіксовано. Зокрема, для землетрусів, епіцентри яких тяжіють до Закарпатського глибинного розлому, аномальні значення індукційних стрілок спостерігають здебільшого перед землетрусом, а для землетрусів, епіцентри яких є в центральній частині Закарпатського прогину, – після землетрусу.

У 1999 р. відділом регіональних геофізичних робіт УкрДГРІ (зав. відділу В. І. Трегубенко) на РГС НС встановлено цифрову магнітоваріаційну станцію. Це дало змогу значно ущільнити часові ряди векторів Візе і сформулювати задачу про дослідження їхніх змін за даними коротких реалізацій упродовж окремих діб і окремих інтервалів доби в розрізі року. Однак для забезпечення такого моніторингу необхідним виявилось розробити автоматизовану інформаційну систему швидкого та ефективного опрацювання даних цифрових спостережень та обчислень векторів Візе.

Система інформаційного забезпечення моніторингу векторів Візе. Серед вимог, які ставили до алгоритму автоматизації, були такі: можливість задавати довільні інтервали усереднення початкових даних та однозначна прив'язка моменту початку усередненої вибірки до середнього сонячного часу (періоду доби). Остання вимога зумовлена тим, що активність геомагнітного поля є неоднаковою в різний час доби. Оскільки нас цікавлять часові зміни векторів Візе, то для коректного порівняння отриманих результатів треба, щоб обчислені вектори були з одних і тих самих інтервалів середнього сонячного часу. Крім того, це дає змогу проаналізувати зміни векторів Візе для варіацій невеликих періодів у розрізі як доби, так і року для тих самих часових інтервалів середньої сонячної доби. До алгоритму ставили

також вимоги якомога зменшити втрати інформації внаслідок перерв у спостереженнях, тому задавали правила розподілу результатів обчислень векторів Візе по діапазонах періодів залежно від вибраного інтервалу усереднення початкових даних.

Для цього розроблено алгоритм з використанням так званих реперів – наперед визначених моментів часу в розрізі доби для кожного періоду усереднення. Першим репером завжди приймають початок доби, кожен наступний репер TR_i обчислюють через попередній репер TR_{i-1} згідно з виразом $TR_i = TR_{i-1} + k_s \times n$, де $n = 1024$ або 2048 – кількість елементів, необхідних для роботи програми Семенова; k_s – інтервал усереднення.

Якщо останній репер потрапляє в проміжок часу між 23- та 24-ю годинами, то дані, які залишилися, вже не опрацьовують. В інших випадках обчислюють ще послідовність реперів у зворотному порядку (за початок відліку приймають кінець доби). Допустимий час втрати (одна година) вибраний з тих міркувань, що в нічні години поле здебільшого спокійне і втрати інформації будуть незначними. Якби всі файли вихідних даних були повними, то далі можна було б приступати до усереднення даних. На жаль, значна частина вихідних даних містить розриви, файли починаються не з початку доби або закінчуються раніше. Тому алгоритм опрацювання довелося ускладнити. Якщо для вибраного інтервалу усереднення кількість елементів у вхідному файлі є достатньою, то уточнюють репери, стосовно яких будуть опрацьовувати дані. А саме: якщо неповний файл починається не пізніше, ніж на 20 % відстані від поточного репера або закінчується не раніше, ніж за 20 % відстані до наступного, то дані добирають до необхідної кількості шляхом зсуву, відповідно, вперед або назад від стандартного репера.

Для усереднення даних передбачена можливість використовувати середнє арифметичне значення або медіану. Однак можна застосувати й інші типи цифрових фільтрів. У наших дослідженнях здебільшого використовують медіанне усереднення, оскільки воно менш чутливе до окремих викидів. Усереднені дані подають на вхід програми обчислення передавальних функцій (автор В. Семенов), результатом роботи якої є файли зі значеннями дійсних та уявних компонент векторів Візе та відповідні періоди варіацій. Далі відбувається зведення результатів до прийнятої в геомагнетизмі системи координат, знаходження середніх значень компонент

A , B у заданих діапазонах періодів та сортування результатів відповідно до інтервалів усереднення початкових даних і вибраних діапазонів періодів, сортування по реперах. Використання створеного комплексу пришвидшило процес обчислень векторів Візе більш ніж у 100 разів.

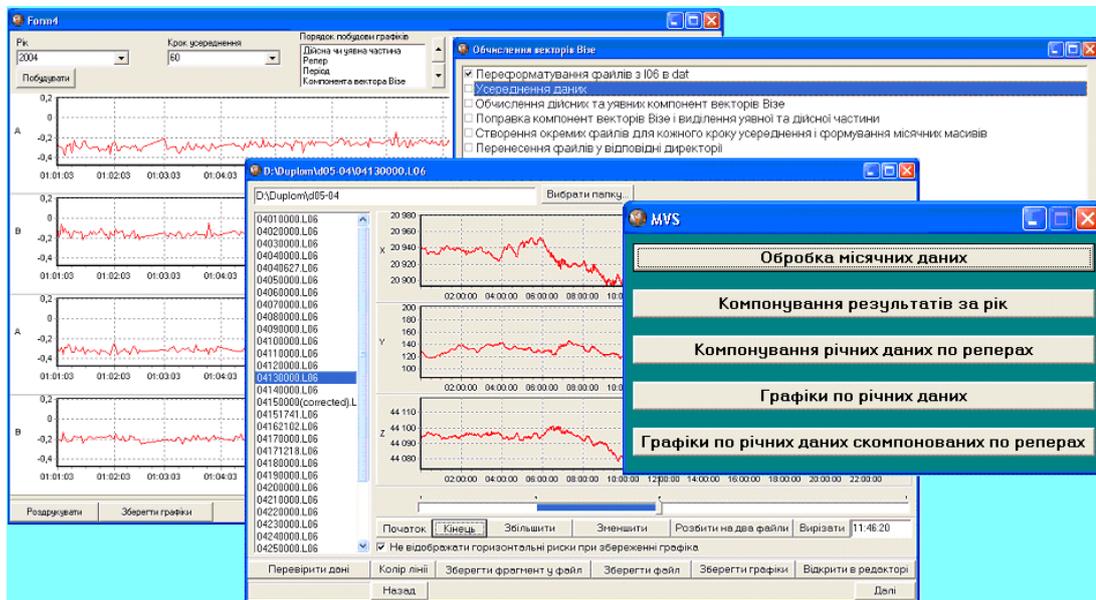


Рис. 1. Результат роботи програмного комплексу

Після опрацювання всіх даних отримані сумарні файли архівують в окремі архіви для кожного кроку усереднення та типу репера (прямий чи зворотний) і переміщують у відповідні папки. Система дає змогу відразу побудувати графіки часових змін компонент векторів Візе (рис. 1) для заданого діапазону періодів і заданих реперів. Побудовані графіки можна відразу роздрукувати, натиснувши на кнопку *Роздрукувати*, або зберегти графіки у графічному файлі формату *bmp*.

Приклади застосування системи автоматизованого моніторингу. Розроблену систему спершу використовували винятково для аналізу часових змін векторів Візе в Закарпатському сейсмоактивному прогині за даними безперервних магніто-варіаційних спостережень на РГС НС. Крім згаданих вище кореляцій аномальної поведінки векторів з сейсмічним режимом, завдяки високій щільності рядів цих векторів вдалося надійно виявити та проаналізувати характер їхніх сезонних і добових змін. Вони виявляються у зміні форми й орієнтації області, яку займають вершини векторів на площині їхніх компонент (A , B) для всіх діапазонів періодів. У нічний час ця область має форму, близьку до ізометричної, зі сходом сонця починає видовжуватись.

Поблизу полудня фігура має максимальну видовженість. Від ранкових до полуденних годин відбувається також повертання великої осі фігури в напрямі до меридіана. Сезонність виявляється у збільшенні довжини великої осі фігури в літні місяці. Такий сезонно-добовий характер змін форми фігури є наслідком впливу іоносферних джерел.

Описану систему ми використовували для обчислень та аналізу часових змін векторів Візе за даними безперервних записів варіацій геомагнітного поля на магнітних обсерваторіях. Зокрема, унаслідок сильного землетрусу $M=6.2$, що відбувся 28.08.2008 недалеко (60 км) від магнітної обсерваторії (МО) “Іркутськ”, ми провели аналогічні розрахунки векторів Візе за даними магнітоваріаційних спостережень на цій МО з 1998 до 2008 р. Виявилось, що протягом трьох місяців перед землетрусом спостерігали помітну бухтоподібну аномалію в компоненті A вектора Візе (рис. 2).

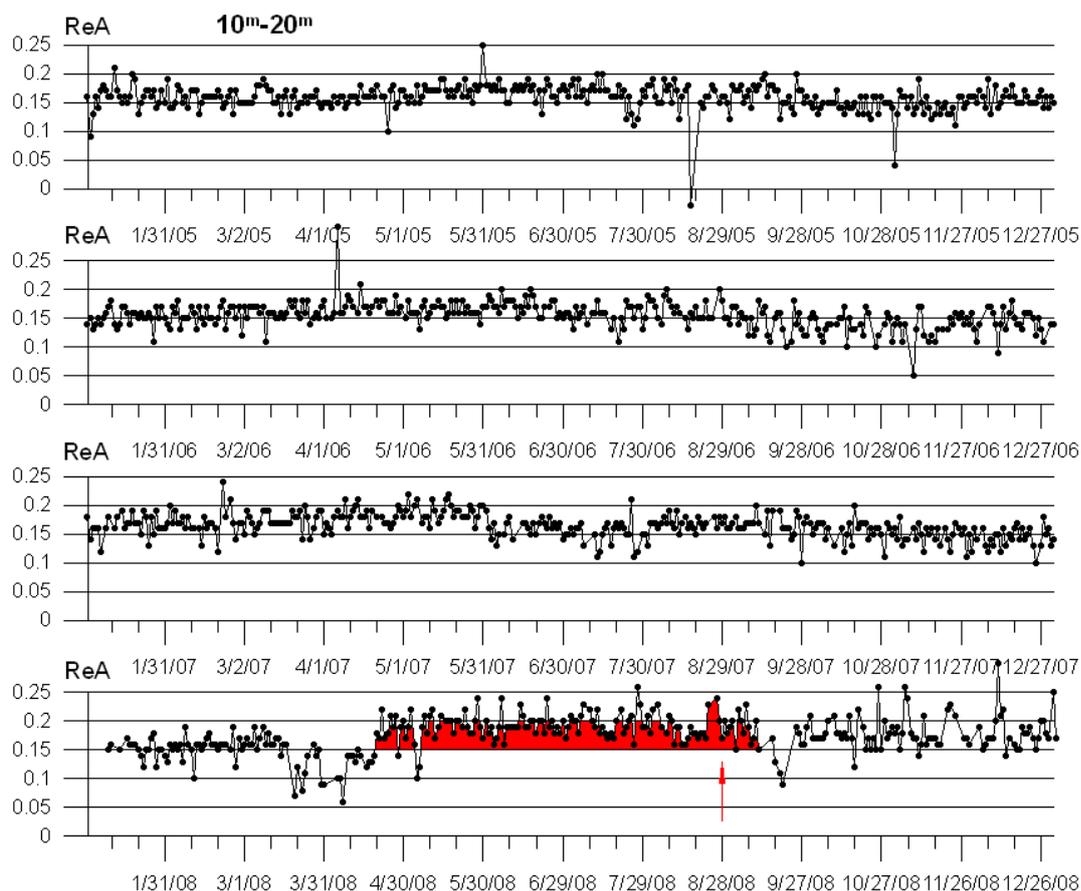


Рис. 2. Часові ряди компоненти A вектора індукції за 2005–2008 рр. (МО “Іркутськ”), стрілкою показано момент землетрусу

Її амплітуда перевищувала середній рівень цієї компоненти приблизно на 30%. Подібних стійких аномалій у попередні роки не було. Отже, можна припустити, що для цього сильного землетрусу, на відміну від слабких

землетрусів у Закарпатті, простежувалась аномалія провісничого типу. Інший суттєвий результат полягає в тому, що закономірності сезонних змін вектора Візе на МО “Іркутськ” виявились практично такими самими, як і на РГС НС, а саме – у літні місяці вісь фігури вершин векторів Візе на площині їхніх компонент мала максимальну видовженість, а її напрям збігався з меридіаном.

Ми обчислили вектори індукції також за даними обсерваторій Японії та Китаю (дані брали на сайті Intermagnet). Попереднє зіставлення часових змін векторів Візе на цих МО з сейсмічним режимом у відповідних регіонах поки що не дає змоги стверджувати про існування аномалій провісничого типу. Однак сезонні зміни є на всіх МО, один з прикладів показано на рис. 3. Особливість сезонних змін на МО Японії полягає в тому, що протягом літнього періоду суттєво зростає дисперсія (нестійкість) компоненти *B*. Ми схилиємося до думки, що це явище є наслідком змін низки параметрів океану (зміни температури, локальних течій, розподілу електропровідності морської води та ін.).

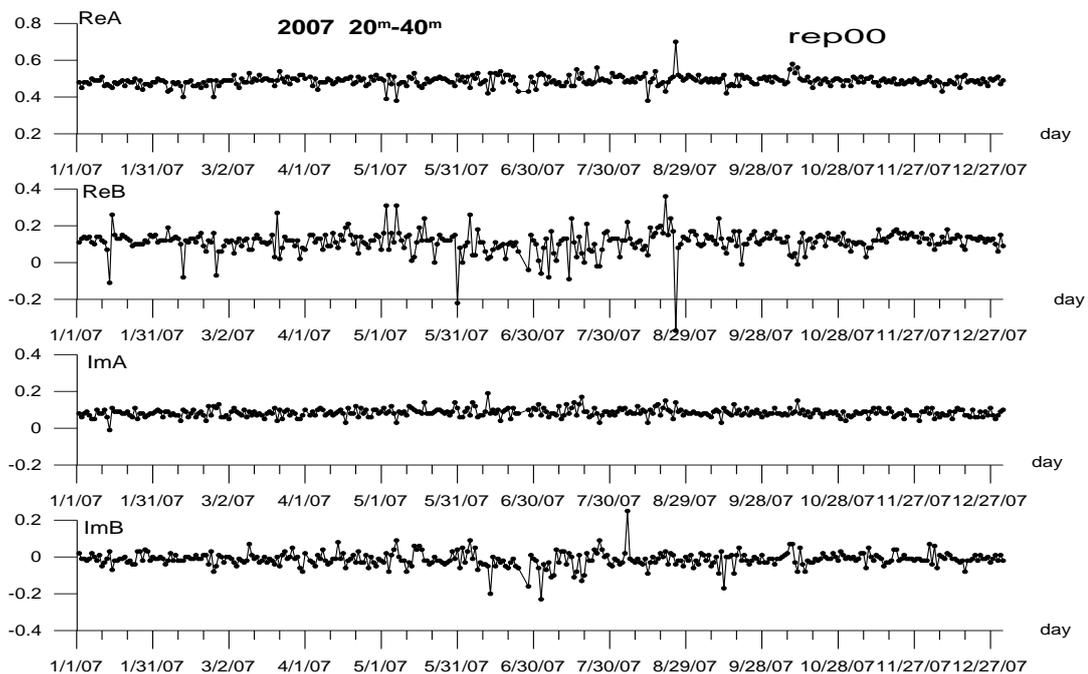


Рис. 3. Часові зміни компонент вектора Візе на МО “Каноя” у 2007 р. для діапазону періодів 20-40 хв.

Отже, використання системи інформаційного моніторингу векторів Візе дає змогу аналізувати часові зміни цих векторів, використовуючи короткі

реалізації. Ця система може бути успішно використана і для аналізу магніто-варіаційних спостережень за даними світової мережі МО. Застосування системи до аналізу даних низки геомагнітних станцій дало змогу надійно виявити сезонні, добові закономірності поведінки векторів, а також низку особливостей, характерних для кожної станції зокрема.

INFORMATIONAL SUPPORT AND MONITORING OF WIESE VECTORS IN SEISMICALLY ACTIVE REGIONS

T. Klymkovych, Yu. Gorodys'kyu, V. Maksymchuk

The system of informational support for monitoring the time changes of Wiese vectors is described. The results obtained by means of this system in some seismically active regions are presented.

7

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТА ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ДЛЯ ПОБУДОВИ ТРАЄКТОРІЙ НАПРУЖЕНЬ У ШАРУВАТИХ СТРУКТУРАХ

М. Марчук¹, М. Хом'як²

¹*Інститут прикладних проблем механіки і математики НАН України, м. Львів
вул. Наукова, 3б, м. Львів*

²*Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна
вул. Грушевського, 4, 79005 м. Львів*

Побудова та інтерпретація траєкторій головних напружень або максимальних напружень зсуву мають широке застосування, зокрема, у тектонофізичних дослідженнях, оскільки вони виявляють можливі структурні зміни, зумовлені полем напружень, та корелюють з напрямками розвитку сколових тріщин і розломних порушень. Якщо задано головні напруження, які можуть бути, наприклад, результатами польових вимірювань

або комп'ютерного моделювання, то можна побудувати траєкторії напружень – дві взаємно ортогональні сім'ї ліній, дотичні до яких у кожній точці вказують напрям головних напружень. Якщо траєкторія відповідної сім'ї проходить через “точку спостереження”, то напрям дотичної має збігатися із заданими значеннями векторного поля. Неперервне продовження цих ліній пов'язане з вибором методу усереднення напрямку дотичної за даними деяких найближчих вузлів (рис. 1). У праці [1] запропоновано скінченноелементний підхід з використанням ермітових сплайнів для зведення задачі побудови траєкторій напружень до знаходження двох потенціальних функцій, що задовольняють умови інтерполяції перших похідних у вузлах регулярної сітки. Наша мета – уточнення побудови траєкторій напружень у разі перетину ними меж поділу середовища з різними механічними властивостями, зокрема, для важливого випадку горизонтально-шаруватого середовища.

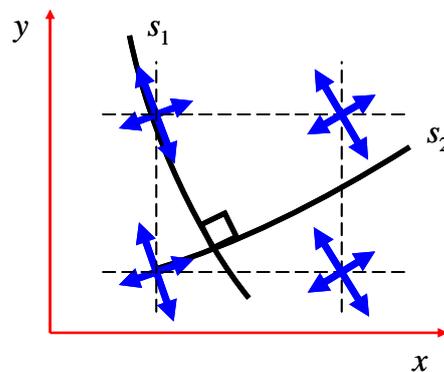


Рис. 1. Побудова двох сімей траєкторій напружень s_1 та s_2 за заданими векторними полями (на прикладі елементарного прямокутника регулярної сітки розбиття).

Для знаходження орієнтації траєкторії напружень використаємо формули [2]

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} \pm \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2} \right), \quad \text{tg } \alpha = \tau_{xy} / (\sigma_1 - \sigma_{yy}), \quad (1)$$

де $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}$ – задані нормальні та дотичні компоненти тензора напружень; $\sigma_1 > \sigma_2$ – головні напруження; α – кут повороту від осі x до напрямку більшого головного напруження σ_1 . Для побудови траєкторій важливим є тільки дотичний напрям, а тому векторне поле з урахуванням (1) можна задати у вигляді пари чисел dx, dy [1]

$$\text{tg } \alpha = dy/dx, \quad dx = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})/\tau_*, \quad dy = \tau_{xy}/\tau_*, \quad (2)$$

де $\tau_* = \tau_{\max} \sqrt{2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) / \tau_{xy}}$, $\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2}$. Ця пара чисел асоціюється з напрямними косинусами дотичної до ліній сім'ї траєкторій для σ_1 , для яких виконуються умови нормування $(dx)^2 + (dy)^2 = 1$. Для траєкторій σ_2 , з умови ортогональності, напрям дотичної задає вектор $(-dy, dx)$.

У випадку шаруватого середовища з різними механічними властивостями (рис. 2) відоме явище “рефракції” траєкторій напружень на поверхнях міжшарового контакту (рис. 3).

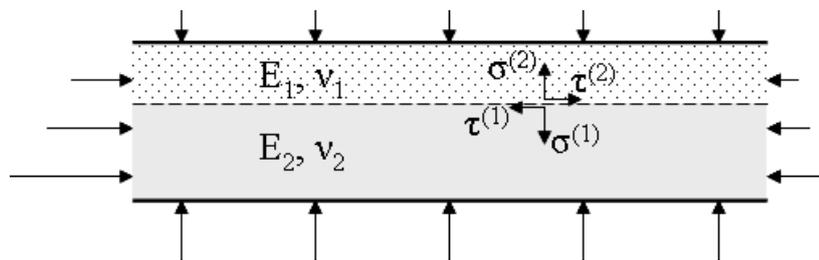


Рис. 2. Нормальні та дотичні напруження на межі поділу двох ізотропних шарів під дією сили тяжіння та горизонтального стиснення.

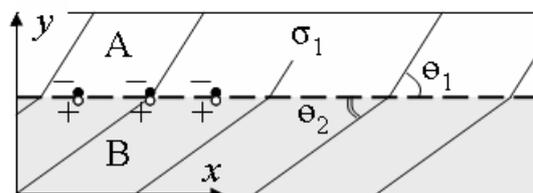


Рис. 3. Зміна кута інклинації θ траєкторій σ_1 на міжшаровій поверхні у випадку неоднорідного середовища.

Нормальні σ та дотичні τ контактні напруження між шарами можна знайти за відомими головними напруженнями

$$2\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2) - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta, \quad 2\tau = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta. \quad (3)$$

Якщо порівняти дотичні та нормальні контактні напруження, визначені для верхнього та нижнього шару, то можна отримати умови заломлення траєкторій σ_1 :

$$(\sigma_1 - \sigma_2)_A \sin 2\theta_A = (\sigma_1 - \sigma_2)_B \sin 2\theta_B, \\ (\sigma_1 + \sigma_2)_A - (\sigma_1 + \sigma_2)_B = (\sigma_1 - \sigma_2)_A \cos 2\theta_A - (\sigma_1 - \sigma_2)_B \cos 2\theta_B, \quad (4)$$

Ми обмежимося випадком, коли кут інклинації θ дорівнює куту нахилу дотичної до траєкторії α , тобто шари повинні мати горизонтальне залягання.

Отже, нелінійні умови зв'язку між нахилом траєкторій у сусідніх шарах є додатковими умовами інтерполяції для похідних деякої потенціальної функції, ізолінії якої $U(x, y) = \text{const}$ збігатимуться з траєкторіями напружень σ_1 .

У припущенні про однорідне ізотропне середовище, що займає область Ω , знаходження функції $U(x, y)$ зведено до мінімізації функціонала [1]

$$\int_{\bar{\Omega}} [(\partial U / \partial x)^2 + (\partial U / \partial y)^2] d\Omega \rightarrow \min \quad (5)$$

з використанням скінченноелементного підходу та ермітових сплайнів для інтерполяції похідних $\partial U / \partial x = dx$, $\partial U / \partial y = dy$. Узагальнення для багат шарового середовища з урахуванням умов зв'язку кутів інклінації на контактних поверхнях (4) запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \int_{\bar{\Omega}^{(j)}} [(\partial U^{(j)} / \partial x)^2 + (\partial U^{(j)} / \partial y)^2] d\Omega + \\ & + \sum_{j=1}^{N-1} \int_{\bar{\Omega}^{(j,j+1)}} \lambda^{(j)}(x) f^{(j,j+1)}(\partial U^{(j)} / \partial x, \partial U^{(j)} / \partial y, \partial U^{(j+1)} / \partial x, \partial U^{(j+1)} / \partial y) d\Omega \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (6)$$

де $f^{(j,j+1)}(\dots)$ – деяка функція, визначена на міжшаровій поверхні між j -м та $(j+1)$ -м шаром, що дорівнює нулю, якщо виконано умови (4); $\lambda^{(j)}(x)$ – множники Лагранжа. Зазначимо, що функція $U(x, y)$ на міжшарових поверхнях може мати довільний скінченний стрибок або, зокрема, бути неперервною.

Щоб уточнити вигляд функції відхилу $f^{(j,j+1)}(\dots)$, виконаємо деякі перетворення співвідношень (4). З урахуванням того, що $\cos \theta = dx$, $\sin \theta = dy$, з рівнянь (4) отримаємо

$$\sigma'_B(dx)^{(2)}(dy)^{(2)} = \sigma'_A(dx)^{(1)}(dy)^{(1)}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & (\sigma_1 + \sigma_2)_B - (\sigma_1 - \sigma_2)_B [(dx)^{(2)}(dx)^{(2)} - (dy)^{(2)}(dy)^{(2)}] = \\ & = (\sigma_1 + \sigma_2)_A - (\sigma_1 - \sigma_2)_A [(dx)^{(1)}(dx)^{(1)} - (dy)^{(1)}(dy)^{(1)}], \end{aligned} \quad (8)$$

де $\bar{\sigma} = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2$ – рівносторонній тиск; $\sigma' = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2$ – диференціальне напруження. У випадку точного визначення головних напружень на

міжшаровому контакті співвідношення для векторного поля (dx, dy) потрібно задовольняти тотожно. Інакше треба виконати ітераційну процедуру, яка б мінімізувала відхил – функцію f . Уважатимемо, наприклад, що значення головних напружень та їхня орієнтація відомі для першого шару (індекс “А”). Для другого шару (індекс “В”) з рівнянь (7) та умови нормалізації $(dx)^{(2)}(dx)^{(2)} + (dy)^{(2)}(dy)^{(2)} = 1$ потрібно визначити векторне поле $(dx^{(2)}, dy^{(2)})$, а також уточнити головні напруження $(\sigma_1)_B$ і $(\sigma_2)_B$. На наступному кроці ітерацій, навпаки, вважаємо відомими параметри шару “В” і уточнюємо характеристики траєкторій у шарі “А”. Так продовжуємо ітерації до досягнення заданої точності.

За допомогою запропонованої методики досліджено структуру поля напружень для двошарової осадової товщі під дією сили тяжіння, що стискається в горизонтальному напрямі. Оцінено похибку побудови траєкторії напружень уздовж лінії поділу шарів у випадках, коли умови “рефракції” траєкторій напружень не враховано (відбувається згладжування ліній за загальними алгоритмами), а також у разі використання запропонованої методики (траєкторії напружень мають злам). Для програмної реалізації використано мову VBA та інтеграцію між програмами Excel (розрахункова частина) та Surfer (побудова комп’ютерної графіки).

-
1. *Марчук М. В., Хом’як М. М.* Ермітові сплайни як базисні функції методу скінченних елементів для побудови траєкторій напружень // Матем. методи та фіз.-мех. поля. 2009. Т. 52. № 1. С. 138–149.
 2. *Ramsay J.G., Lisle R.G.* The techniques of modern structural geology. Vol.3. Applications of continuum mechanics in structural geology. Elsevier, 2000. P. 701–1061.

**THEORETICAL BASIS OF THE FINITE ELEMENT METHOD AND ITS
SOFTWARE IMPLEMENTATION
TO CONSTRUCT STRESS TRAJECTORIES FOR LAYERED STRUCTURES.**

M.V. Marchuk, M.M. Khomyak

The finite-element approach with use of the Hermitian splines to construct stress trajectories taking into account stress conditions on contact surfaces of the layered structures with different mechanical properties is proposed. Its software implementation for modelling of compression of sedimentary rocks is tested.

ЕФЕКТИВНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ ЗОНДУВАЛЬНОЇ АПАРАТУРИ ГЕОЕЛЕКТРИКИ

М. Миронцов

Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України пр. Паладіна, 32, м. Київ

Визначення геоелектричних параметрів (просторове положення та властивості електричної провідності різних об'єктів) навколо свердловинного простору – одна з головних складових геофізичного дослідження свердловин, оскільки дає змогу розраховувати необхідні для практики параметри продуктивних пластів (тип флюїдонасичення, тип проникнення, коефіцієнт флюїдонасичення тощо) [1, 2]. Розглянемо широко застосовну модель колектора, що перерізаний вертикальною свердловиною [3–5]. Модель пласта визначена такими параметрами: межі пласта; питомий електричний опір (ПЕО) зони проникнення; ПЕО незміненої частини пласта; діаметр зони проникнення.

На практиці параметри моделі можна визначати незалежно різними методами. Наприклад, ПЕО незміненої частини пласта можна визначати незалежно за боковим каротажним зондуванням (БКЗ), боковим каротажем (БК) та індукційним каротажем (ІК). Також ПЕО зони геологічні служби можуть незалежно визначати за даними БКЗ, мікробокового каротажу (МБК) і мікрокаротажу (МК). У табл. 1 наведено приклад даних попластової інтерпретації у виробничій свердловині Дніпровсько-Донецької западини. Тут значення одного параметра (ПЕО пласта) відображена трьома різними цифрами. В табл. 2 наведено приклад з того ж самого висновку, де значення ПЕО зони проникнення також відображено трьома різними цифрами.

Постає питання: яка з цих трьох цифр відповідає (чи хоча б максимально близька) справжньому значенню (в умовах цієї моделі) і яке значення використовувати для подальшої інтерпретації? Таке запитання не постає в разі одночасної інтерпретації всіх зондів комплексу. Наприклад, у теоретично розроблених [6,7] і застосовуваних на практиці методах [8,9] така проблема не виникає. Вони ґрунтуються на методі знаходження моделі розрізу, що найбільш відповідає даним каротажу (аналог методу підбору). Формально задачу ставлять у вигляді мінімізації функціонала:

$$F(\rho_1^T, \dots, \rho_n^T) = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\rho_i^T - \rho_i^P}{\delta_i \rho_i^T} \right)^2}, \quad (1)$$

де n – кількість зондів апаратури; ρ_i^T – розраховані теоретично значення уявного опору (УО) для цієї моделі; ρ_i^P – фактично отримані ПО; δ_i – похибка i -го зонду (в деяких працях розв'язування ґрунтується на припущенні, $\forall i: \delta_i \equiv 1$ [5,6,8]).

Таблиця 1

Приклад геологічного висновку з різними значеннями одного з параметрів (ПЕО пласту)

| Гори-зонт | Інтервал | Діаметр свердловини, м | Діаметр зони, м | ПЕО розчину, ом·м | ПЕО зони, ом·м | ПЕО пласта по БКЗ, ом·м | ПЕО пласта по БК, ом·м | ПЕО пласта по ІК, ом·м |
|-----------|-----------|------------------------|-----------------|-------------------|----------------|-------------------------|------------------------|------------------------|
| В-21в | 4724-4726 | 0,21 | 0,7 | 0,014 | 24,7 | 4,3 | 18,5 | 6,5 |

Таблиця 2

Приклад геологічного висновку з різними значеннями одного з параметрів (ПЕО зони проникнення).

| Гори-зонт | Інтервал | Діаметр свердловини, м | Діаметр зони, м | ПЕО розчину, ом·м | ПЕО пласта, ом·м | ПЕО зони по БКЗ, ом·м | ПЕО зони по МБК, ом·м | УЭС зони по МК, ом·м |
|-----------|-----------|------------------------|-----------------|-------------------|------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| В-21в | 4757-4758 | 0,21 | 0,5 | 0,014 | 9,0 | 13,1 | 14,1 | 21,9 |

Відповідно, розв'язком оберненої задачі стануть значення параметрів моделі, для яких значення вимірювання відповідають мінімуму функціонала (1). Зазначимо, що у випадку, якщо дані вимірювання задані з похибкою, розв'язок оберненої задачі також буде наближеним. Проте розв'язання оберненої задачі, яке ґрунтується на мінімізації (1), дає змогу знайти значення ПЕО, однак не визначає похибки її визначення. Такий підхід не є коректним, тому що розв'язанням оберненої задачі за наявності похибки

вимірювання треба вважати не саму знайдену величину, а інтервал її похибки [10]. Однак і його не завжди застосовують на практиці, як це впливає з наведених вище прикладів геологічного висновку. Ми запропонували метод, що враховує вплив похибки кожного зонду на похибку розв'язку оберненої задачі.

Ідея методу полягає в такому. Врахуємо в разі мінімізації функціонала не похибку вимірювання зондом, а похибку інверсії, до якої вона призводить. Тобто під час розрахунку функціонала (1) будемо нормувати різницю між теоретичними й експериментальними значеннями не на похибку вимірювання зонду, а на відповідне цій похибці вимірювання значення похибки визначення параметра інверсії.

Відповідно, розглянемо замість (1) функціонал

$$F(\rho_1^T, \dots, \rho_n^T) = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\rho_i^T - \rho_i^P}{\lambda_i \rho_i^T} \right)^2}, \quad (2)$$

де λ_i – величини, що характеризують відносну міру "внеску" похибки i -го вимірювання у значення інтервалу знаходження розв'язку оберненої задачі і які визначають з умов

$$\inf_{\lambda_1, \dots, \lambda_n} \|\bar{\rho} - \bar{g}\|_{\lambda}. \quad (3)$$

Норму в (3) логічно задати відповідною нормі, що обрана для функціоналів (1),(2). Такий підхід дає змогу суттєво підвищити точність інверсії. Для ілюстрації методу розглянемо конкретний приклад.

Вище наведено фрагмент даних інтерпретації геологічної служби відповідної експедиції у виробничій свердловині. Значення одного з основних параметрів моделі, а саме – ПЕО незміненої частини пласта та ПЕО зони, визначені окремо за кожним з методів і не збігаються між собою. На рис. 1 показано діаграму, яка відображає, що інтервал похибки вимірювання для кожного з трьох методів (а саме такий підхід широко застосовний) не дає змоги визначити результат (дані похибки обрано відповідно до інструкції проведення каротажу [11] та за даними стендових випробувань). На рис. 3 показано аналогічну діаграму для інтервалу похибки визначення ПЕО зони.

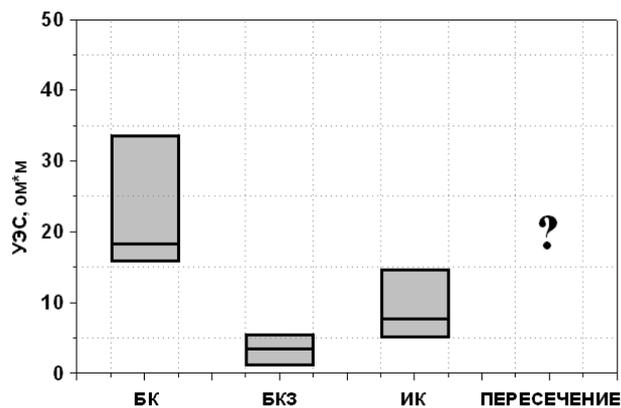


Рис. 1. Діаграма відношення ПЕО пласта, що визначено різними методами, з урахуванням похибки вимірювання та без такого урахування.

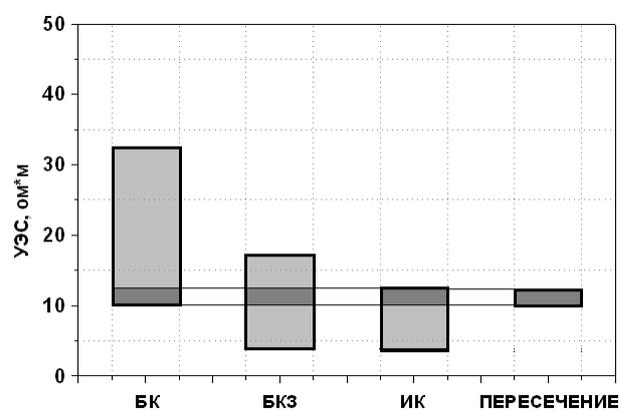


Рис. 2. Діаграма відношення ПЕО пласта, що визначено різними методами, з урахуванням похибки розв'язку оберненої задачі.

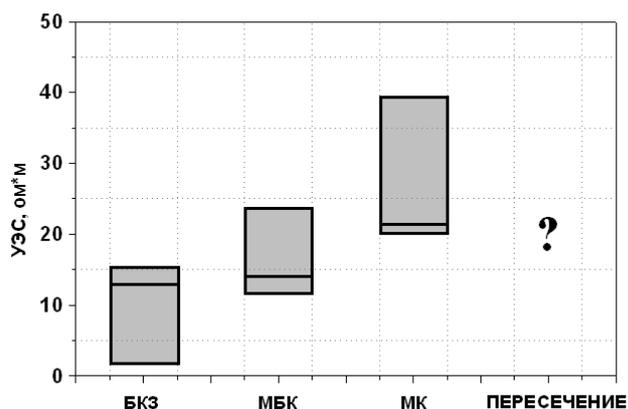


Рис. 3. Діаграма відношення ПЕО пласта, що визначено різними методами, з урахуванням похибки вимірювання та без такого урахування.

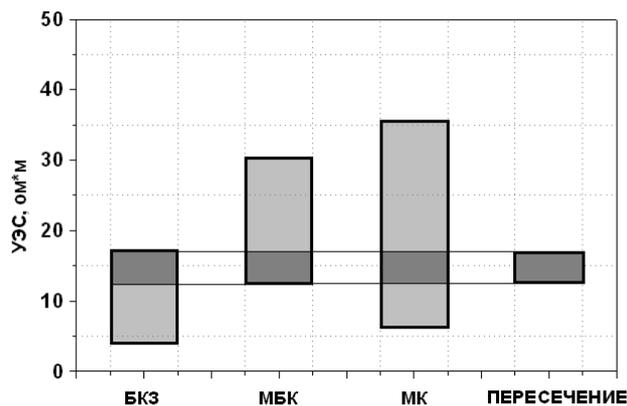


Рис. 4. Діаграма відношення ПЕО пласта, що визначено різними методами, з урахуванням похибки розв'язку оберненої задачі.

Скористаємось запропонованим методом. За допомогою методу точного розв'язування прямої та оберненої задачі електричного й індукційного каротажу [9,12] визначимо для отриманих даних вимірювання похибку ПЕО незмінної частини пласта та ПЕО зони. На рис. 2 зображено діаграму, де позначено ПЕО незмінної частини пласта з зазначеним інтервалом похибки, який був визначений запропонованим методом, а на рис. 4. – діаграму, на якій позначено імовірні інтервали визначення ПЕО зони, які також розраховані запропонованим методом. Очевидно, що такий результат інтерпретації даних каротажу апаратурою БКЗ-БК-ИК и БКЗ-МБК-МК стає осмисленим то обґрунтованим. Він також підвищує точність інтерпретації. Аналогічна переінтерпретація даних БКЗ-БК-ИК зроблена для 43 виробничих свердловин (217 продуктивних пластів). Для апаратури БКЗ-МБК-МК така переінтерпретація виконана для 17 виробничих свердловин (84 продуктивних пластів). Отримані результати узгоджуються з даними інших методів геофізичного дослідження свердловин (високочастотне каротажне ізопараметричне зондування [3], багатозондовий ІК [12], багатозондовий електричний каротаж МЭК-М [9]) більше, ніж дані інтерпретації, що використовували досі.

Також наголосимо, що використана назва “характеристики просторової роздільної здатності” [3, 4, 9] відповідає не тривимірному матеріальному простору, а зв'язку між векторами в просторі параметрів та просторі параметрів моделі.

Отже, методи інтерпретації, які застосовували на практиці, можуть не давати теоретично обґрунтованого та якісно правильного результату. Під час розв'язування оберненої задачі необхідно враховувати всю сукупність інтервалів імовірної похибки величин для конкретної апаратури, а не сукупність значень вимірювання. Запропонований метод дає змогу підвищити ефективність кількісної інтерпретації.

Автор висловлює подяку директору Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна Національної академії наук України академіку **В.І. Старостенку** за обговорення матеріалів та цінні поради, а також директору Інституту нафтогазової геології та геофізики ім. А.А. Трофімука СВ РАН академіку **М.І. Епову**.

-
1. *Пирсон С. Дж.* Справочник по интерпретации данных каротажа. М.: Недра, 1996. 414 с.
 2. *Дебрант Р.* Теория и интерпретация результатов геофизических методов исследования скважин. М.: Недра, 1972. 288 с.
 3. Технология исследования нефтегазовых скважин на основе ВИКИЗ. Методическое руководство / Под ред. Эпова М.И., Антонова Ю.Н. Новосибирск: НИЦ ОИГГМ СО РАН, Узд-во СО РАН, 2000. 121 с.
 4. *Эпов М.И., Глинских В.Н., Ульянов В.Н.* Оценка характеристик пространственного разрешения систем индукционного и высокочастотного каротажа в терригенных разрезах западной Сибири // НТВ Каротажник. 2001. Вып. 81. С. 19–57.
 5. *Красножон М.Д.* Компьютеризированная технология интерпретации материалов электрического каротажа // НТВ Каротажник 2005. №3-4 (130–131). С. 27–52.
 6. *Anderson B.I.* Modeling and inversion methods for the interpretation of resistivity logging tool response. Schlumberge print. 2001. P. 377.
 7. *Anderson B.I. Barber T.D.* Induction Logging. Schlumberger. 1996. 45 p.
 8. *Миронцов Н.Л.* Решение прямых и обратных задач электрического и индукционного каротажа методом интегральных (полных) токов: Авторефер. дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Киев, 2008. 22 с.
 9. *Миронцов Н.Л.* Решение прямых и обратных задач электрического и индукционного каротажа методом интегральных (полных) токов // Теор. та прикл. аспекти геоінформатики. К., 2009. С. 340–352.
 10. Физический энциклопедический словарь / Под ред. А.М. Прохорова. М.: Сов. энциклопедия, 1984. 208 с.

11. Техническая инструкция по проведению геофизических исследований и работ приборами на кабеле в нефтяных и газовых скважинах // Под. ред. Р.Т. Хаматдинова. М., 2002. 270 с.
12. *Миронцов М.Л.* Метод розв'язання прямої та оберненої задачі індукційного каротажу // Доп. НАНУ. 2004. № 9. С. 130–133.

EFFECTIVE SOLVING OF INVERSE PROBLEM OF GEOELECTRICITY FOR PROBE EQUIPMENT

M. Myrontsov

The method to improve the accuracy of inverse geoelectric problem solution for multielectrode equipment is proposed. It was shown, with the modeling of logging executed by BKZ-BK-İK and BKZ-MBK-MK complexes under conditions of Dnieper-Donets depression as an example, that the proposed method is more accurate in comparison with those used in practice. The examples of inverse problem solutions for productive strata obtained by various methods are given.

7

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ КАПЛЯРНИХ І ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИЛ НА ФОРМУВАННЯ ЗАЛИШКОВОГО ФЛЮЇДОНАСИЧЕННЯ ПОРІД-КОЛЕКТОРІВ

М. Нестеренко, Ю. Віхоть

*Львівське відділення українського державного геологорозвідувального інституту
вул. Пасічна, 38^а, м. Львів, Україна
E-mail: lv.ukrdgri@polynet.lviv.ua*

Визначення колекторських властивостей продуктивних горизонтів є невід'ємною складовою з'ясування промислової цінності родовищ нафти і газу, проектування їхньої розробки. Тому вдосконалення методик визначення підрахункових параметрів, зокрема відкритої пористості, нафтогазо-насичення, коефіцієнтів витіснення нафти і вилучення газу має не лише наукове, а й прикладне значення.

Розроблено методику кількісної оцінки на мікрорівні параметрів порового середовища, яка ґрунтується на інтерпретації одержаних кривих капілярного тиску (ККТ) на зразках керна (шламу). За допомогою ККТ відкритий об'єм пор колекторів нафти і газу можна розділити на складові:

$$K_a + K_{\Delta p} + K_3 = 1,$$

де K_a , $K_{\Delta p}$, K_3 – частки, відповідно, проточних, найбільш неоднорідних і закритих (нефільтрувальних) пор.

З цих позицій ефективну пористість $K_{пе}$ необхідно розглядати як $K_{пе} = K_{п} (1 - K_3)$, де $K_{п}$ – відкрита пористість, а динамічну – $K_{п.д} = K_{п} (1 - K_{\Delta p} - K_3)$. Тому для колекторів нафти (газу) коефіцієнт витіснення (вилучення) можна записати як $\beta_{н(г)} = K_{п.д} / K_{пе}$.

Уведені параметри дають змогу на мікрорівні детально схарактеризувати порове середовище як гетерогенну систему, обґрунтовано визначити коефіцієнт нафтогазонасичення, прогнозувати коефіцієнти витіснення нафти або вилучення газу. Це значно розширює інформативність петрофізичних досліджень і дає наукову основу для подальшої диференціації порового простору за ступенем вилучення вуглеводнів: нафта – вільна, плівкова адсорбована; газ – активний, пасивний, блокований у тупикових порах тощо.

Під час визначень відкритої пористості низькопроникних порід-колекторів ($K_{пр} < 50 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$) залежно від змочуваності поверхні виявлена тенденція недонасичення порового об'єму незмішуваними рідинами для теригенних порід візейського і турнейського ярусів окремих родовищ Дніпровсько-Донецької западини (Свиридівське, Рудівське, Семиренківське), нижньої крейди Лопушнянського, нижнього сармату Вишнянського родовищ Передкарпатського прогину, вапняків міоцену Північно-булганацького родовища (Індольський прогин). У цьому разі відкрита пористість по воді є заниженою в 1,004–1,41 раза і більше. Відкрита пористість порід-колекторів нижнього сармату по воді в окремих випадках перевищує пористість по газу внаслідок набухання глинистого цементу (монтморилоніту, іліту, каолініту тощо). У гідрофобізованих пісковиках середнього кембрію Гіркаляйського і Шюпарайського родовищ (Балтійська синекліза) навпаки поровий об'єм недонасичений водою. Оскільки ємнісні властивості колекторів (відкрита пористість, нафтогазонасичення) можуть бути суттєво занижені (особливо в породах на межі колектор–неколектор),

виявлену тенденцію у кожному конкретному випадку необхідно враховувати під час побудови петрофізичних залежностей.

Запропоновано і впроваджено експрес-метод визначення коефіцієнта витіснення нафти (β_n) проведенням капіляриметричних досліджень водонасичених зразків (ГСТУ 41-00032626-025-2000, ГСТУ 41-31-2002). Зіставлення одержаних результатів з визначеннями цього параметра на моделях пластів у термобаричних умовах залягання покладів дає змогу рекомендувати його у випадках недостатнього винесення керна або різкої зміни фільтраційних властивостей порід по розрізу, коли використання стандартної методики (ОСТ 39–195–86) неможливе. Відносна похибка визначень β_n не перевищує 7 %. У цьому випадку можна дати прогнозну оцінку коефіцієнта витіснення нафти за безводний період, максимально можливого після заводнення та очікуваного після впровадження гідродинамічних і фізико-хімічних методів підвищення нафтовилучення.

Розроблена методика визначення параметрів структури нафтонасичення порід-колекторів дає змогу виділити нафту у вільному, плівковому й адсорбованому стані. Методика допомагає ідентифікувати нафтонасичення як активне, важковидобувне і залишкове, що є науковою основою підвищення нафтовилучення пластів на родовищах, які перебувають на завершальній стадії розробки.

За цією методикою досліджено структуру флюїдонасичення теригенних колекторів горизонтів В-22 Бугруватівського, В-20-21, В-25-26 Юліївського, нижньої крейди і карбонатних порід верхньої юри Лопушнянського, середнього кембрію Гіркаляйського і Шюпаряйського родовищ.

Для підвищення нафтовилучення запропоновано модель впливу на колектор, яка ґрунтується на гідродинамічній ізоляції проточних порових каналів після витіснення з них вільної нафти з наступним проникненням витісняльного агента у неоднорідні пори, де зосереджена плівкова нафта. Для підтвердження запропонованої моделі виконано експериментальні дослідження на пісковиках нижньої крейди Лопушнянського родовища з запровадженням нових композицій – реагентів–блокаторів і реагентів–емульгаторів (І.Б. Губич, ЛВ УкрДГРІ, 2004 р.). У породах пористістю 13,5 % і проникністю $15 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ зафіксовано підвищення коефіцієнта витіснення нафти від 0,52 до 0,84 залежно від прикладеного градієнта тиску витіснення.

Дослідженнями процесів нафтовилучення на мікрорівні з'ясовано, що нафта у вільному стані витісняється із проточних пор (поршневе витіснення) і дає безводний коефіцієнт витіснення. Плівкова нафта перебуває в найбільш неоднорідних порових каналах; ефективність її витіснення контролювана змочуваністю поверхні, проникністю (параметрами порового середовища), співвідношенням гідродинамічних і капілярних сил. Адсорбована нафта не витісняється незалежно від прикладених градієнтів тиску.

Інформація про структуру флюїдонасичення порід-колекторів як на стадії підрахунку запасів, так і на початковій чи завершальній стадії розробки родовищ дає змогу диференціювати запаси вуглеводнів за ступенем вилучення із порового середовища на активні (вільна нафта у проточних порах), важковидобувні (плівкова нафта у найбільш неоднорідних порах) і залишкові (адсорбована нафта у нефільтрувальних порових каналах) та виділити першочергові об'єкти для впровадження методів підвищення нафтовилучення пластів.

MODELING THE INFLUENCE OF CAPILLAR AND HYDRODYNAMIC FORCES ON FORMATION OF RESIDUAL FLUID SATURATION OF ORE-COLLECTORS

M. Nesternko, Yu. Vikhot'

New methods of studying the molecular surface phenomena, the structure of fluid saturation on the basis of physical modelling of oil recovery process have been described. We can observe the results of studying the impact of the effective porous channels surface wettability on the petrophysical characteristics of the low-permeability rocks. It has been noticed that the most distinctly the molecular surface processes can be traced on the boundary reservoir- non-reservoir, where various types of surface wettability are formed (hydrophilic, hydrophobic, neutral and heterogeneous).

Oil saturation of reservoir-rocks is divided into the following categories: free oil, pellicle oil and adsorbed oil, which is petrophysical basis of oil differentiation in porous space on active, heavy recoverable and residual.

The structure of fluid saturation has been studied and coefficients of oil recovery from reservoir-rocks have been substantiated to calculate mining resources according to the data of physical modeling of the residual fluid saturation forming process on separate samples and core samples.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬОВИХ ПОЛІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СЕЙСМІЧНОГО СТАНУ ІНЖЕНЕРНИХ ОБ'ЄКТІВ

Ю. Стародуб¹, О. Кендзера², Т.Брич³, Б.Купльовський³

¹ «Науканафтогаз» НАК Нафтогаз України, Карпатський центр, м.Львів
George_Starodub@hotmail.com

² Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, м.Київ
Kendzera@igph.kiev.ua

³ Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, ВСКР м.Львів
Taras_Brych@hotmail.com Bohdan_Kuplyovsky@yahoo.com

Моделювання хвильових полів в осадовому шарі земної кори в околі фундаменту інженерних об'єктів дають змогу врахувати вплив сейсмічних явищ на міцність будівельної споруди. Метод скінченних елементів (МСЕ) у таких задачах має явну перевагу перед аналітичними методами (задачі про дифракцію на одній чи двох неоднорідностях із використанням дифракційного методу, розв'язування матричним методом із використанням інтегральних перетворень). Числовий метод скінченних різниць дає розв'язок про дифракцію хвильових полів або напружено-деформований стан неоднорідної земної кори, однак використання цього методу передбачає неточності в розв'язуванні, пов'язані з різкими змінами фізичних характеристик земної кори: розломами, порожнинами, зсувами. Те ж саме в різних проявах може стосуватись комбінованих методів.

У випадку інженерних об'єктів хвильові поля виникають і реєстровані у широкому спектральному діапазоні. Щодо цього руйнівний характер коливань значно залежить від основи – осадової товщі земної кори, на якій розташовано інженерну забудову. Сформульовано математичну задачу та розроблено алгоритм використання МСЕ для таких задач – досліджено стійкість і збіжність часових схем методу. Виконано моделювання для вивчення коливань та їхніх спектральних характеристик у сейсмогеологічному розрізі в околі Чорнобильської атомної електростанції.

Отримані результати можна використати для вибору відповідних методів підтримки (відновлення) міцності інженерних об'єктів і необхідних постійних заходів щодо усунення небезпеки руйнування будівлі.

Задача зводиться [1] до розв'язування рівнянь руху

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{f}, \quad (1)$$

де $\mathbf{f} = \mathbf{f}_c + \mathbf{f}_p$ – сума концентрованих сил (джерел) і поверхневих сил на межах неоднорідних шарів, залежних від часу; матриця \mathbf{C} враховує загасання коливань; \mathbf{K} – матриця жорсткості; \mathbf{M} – матриця мас. Унаслідок інтегрування (1) отримаємо ітераційну схему

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Theta^2}{2} \mathbf{M} + \frac{\Theta^2 \Delta t}{12} \mathbf{C} - 3 \mathbf{C} + \frac{\Theta^3 \Delta t^2}{24} \mathbf{C} - 2 \mathbf{K} \right) \mathbf{U}^{n+1} = \\ & \left(\Theta^2 \mathbf{M} + \frac{\Theta^2 \Delta t}{3} \mathbf{C} - 3 \mathbf{C} + \frac{\Theta^3 \Delta t^2}{12} \mathbf{C} - 4 \mathbf{K} \right) \mathbf{U}^{n+1} + \\ & + \left(-\frac{\Theta^2}{2} \mathbf{M} + \frac{\Theta^2 \Delta t}{12} \mathbf{C} - 2\Theta \mathbf{C} + \frac{\Theta^2 \Delta t^2}{24} \mathbf{C} - \Theta^2 - 12 \mathbf{K} \right) \mathbf{U}^{n+1} + \\ & + \frac{\Theta^2 \Delta t^2}{24} \mathbf{C} \mathbf{C} - 2 \mathbf{P}^{n+1} + 2\Theta \mathbf{C} - \Theta \mathbf{P}^n + (2 - 6\Theta + \Theta^2) \mathbf{P}^{n-1}, \quad (2) \end{aligned}$$

та проведемо аналіз залежності її радіуса збіжності від параметра Θ .

Прийmemo для схеми $\mathbf{M}=1$, $\mathbf{C}=0$, $\mathbf{K}=\omega^2$, $\mathbf{P}^{n+1} = \mathbf{P}^n = \mathbf{P}^{n-1} = 0$ введемо позначення $\mathbf{X}^{n+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}^{n+1} \\ \mathbf{S}^{n+1} \end{pmatrix}$, $\mathbf{X}^n = \begin{pmatrix} \mathbf{U}^n \\ \mathbf{S}^n \end{pmatrix}$. Матимемо

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 24 + 2\Theta \Theta - 4 \alpha^2 + \frac{12 + \Theta \Theta - 3 \alpha^2 + 3 \alpha^2}{12 + \Theta \Theta - 2 \alpha^2} \\ \frac{12 + \Theta \Theta - 2 \alpha^2}{12 + \Theta \Theta - 2 \alpha^2} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для власних значень матриці \mathbf{B} отримаємо

$$\lambda_{1,2} = \frac{12 + \Theta^2 - 4\Theta \alpha^2 \pm \alpha \sqrt{8\alpha^2 \Theta (\Theta - \alpha^2) - 144}}{12 + \Theta \Theta - 2 \alpha^2}, \quad (4)$$

якщо $\alpha^2 = \omega^2 \Delta t^2 \rightarrow \infty$, $\lambda_{1,2} = \frac{\Theta^2 - 4\Theta \pm \sqrt{8\Theta (\Theta - \alpha^2)}}{\Theta^2 - 2\Theta}$.

З формули (4) маємо, що при $\Theta \geq 3$, $|\lambda_{1,2}| \leq 1$. Отже, ітераційна схема збігається при $\Theta > 3$ для $\alpha^2 = \omega^2 \Delta t^2 \rightarrow \infty$. Модельні обчислення вигідно виконувати для $\Theta = 5,3$, для яких отримано найменші значення $\rho(\Theta) = 0,55$.

Крок за часом Δt , який описує періоди коливань, притаманні моделі, на практиці визначають за допомогою співвідношення, відомого як відношення Релея [2]:

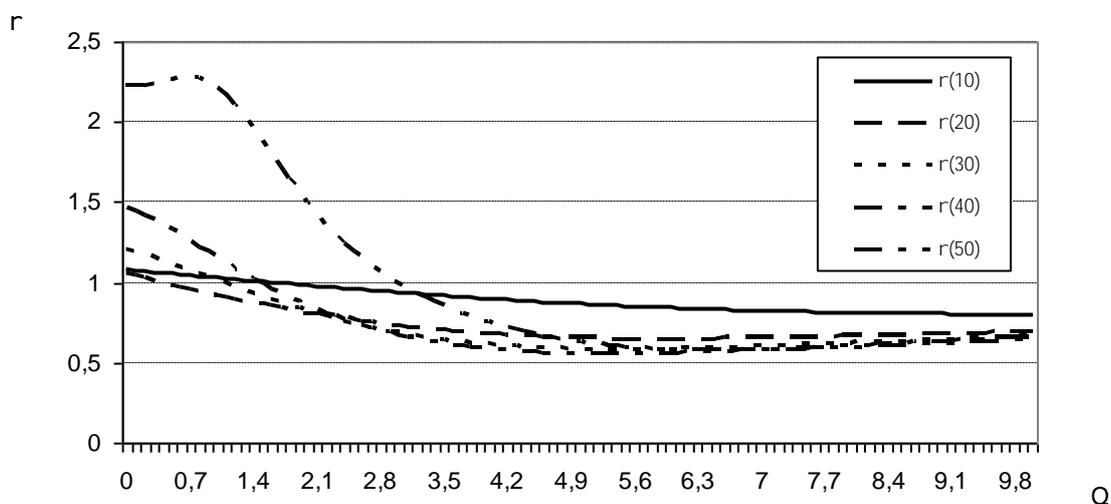
$$\omega_{base}^2 = \frac{\tilde{\mathbf{U}}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{U}}}{\tilde{\mathbf{U}}^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{U}}},$$

де вектор $\tilde{\mathbf{U}}$ – один з можливих векторів переміщень системи, наприклад, може бути характеризований вектором статичних навантажень. Під час

вибору Δt важливі значення мають пружність моделі й поглинання середовища, що визначають період власних коливань. Отож, крок за часом вибираємо в частинах μ основного періоду:

$$\Delta t \leq \mu T_{base} = \mu \frac{2\pi}{\omega_{base}}, \quad \mu \in R, \quad 0 < \mu \leq 1. \quad (5)$$

Коефіцієнт μ вибирають з умови принципу причинності: часу вступу зареєстрованих коливань від характерних меж неоднорідної схеми у випадку, коли поле, розсіяне сіткою розбиття методу скінченних елементів, визначене як різниця між розрахованим полем і полем, розсіяним сіткою (отримуємо в разі ділення спектрів).



Залежність радіуса збіжності ітераційної схеми методу від параметра, що визначає часовий інтервал інтегрування, для різних значень частоти 10, 20, 30, 40, 50 Гц.

Стійкість методу скінченних елементів визначена збіжністю ітераційних схем розрахунку переміщень залежно від кроку за часом (у вигляді формул (5)) за початковими умовами для переміщень, зокрема, у нульовий і перший моменти часу, які задано в джерелі. Оптимальний крок збіжності ітераційної схеми МСЕ визначають шляхом розв'язування задачі на власні вектори і власні значення для випадку нульових та однорідних початкових переміщень.

Отже, сформульовано підхід до інтегрування рівнянь руху вигляду (1) для числового моделювання сейсмічних хвиль у земній корі методом скінчених елементів. Побудовано ітераційну схему (2), яка разом зі

стартовою схемою [2] дає змогу виконувати моделювання під час вивчення поширення сейсмічних хвиль від джерел коливань різної просторової і часової тривалості в земній корі.

1. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.* The finite element method. Fifth edition. Oxford, 2000. Vol. 1. P. 690.
2. *Стародуб Ю.П., Кендзера О.В., Купльовський Б.Є.* Методика моделювання хвильових полів і напружено-деформованого стану в неоднорідному півпросторі з використанням методу скінченних елементів. Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики НАН України. Препринт № 07. 2007. 44 с.

SIMULATING THE WAVE FIELD FOR STUDY OF SEISMIC STATE OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS

Yu. Starodub, O. Kendzera, T. Brych, B. Kuplovsky

In this work the method is presented of investigation of the seismic fields of mountain rocks with the application of finite elements method.

7

ПРИНЦИПИ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕКОЛОГІЇ НА ОСНОВІ ГІС-ТЕХНОЛОГІЙ

В. Фурман, Б. Купльовський

Львівський національний університет імені Івана Франка

вул Грушевського 4, Львів

E-mail: fourman@franko.lviv.ua

Постійна взаємодія суспільства з гео- і екосистемами сприяла формуванню геоекосистем. У разі їхнього виділення, крім типологічних, що фіксують однорідні ділянки, і генетичних, що фіксують відношення між досліджуваними об'єктами, основним є функціональний підхід до районування територій. Цей підхід дає змогу виділити і вивчити реальні

райони, у межах яких виявляється найбільша активність трансформації речовини й енергії. Під геоекосистемою розуміють відкриту динамічну фізичну систему, у якій підсистемними елементами є джерела впливу (техногенні, природні), геологічний компонент природного середовища й екологічна мішень, тісно пов'язані причинно-наслідковими зв'язками, що зумовлюють її структурно-функціональну єдність. Найважливішими і специфічними властивостями й ознаками геоекосистеми є: цілісність, структурність і динамічність у взаємодії з реальним природним середовищем. Функціональні зв'язки виражають залежності між джерелом впливу і геологічним компонентом природного середовища, між геологічним компонентом природного середовища й екологічною мішенню. У геоекології досліджують геоекосистеми різних типів і масштабів. Системи можна класифікувати за чутливістю до впливу ззовні, ступенем відкритості, структурними і функціональними ознаками, природним або антропогенним походженням. Отже, геоекологічна система може бути виділена за спектром чинників, проте з погляду функціонального підходу системоутворювальними є лише деякі – ті, які визначають структурно-функціональну єдність системи і можуть бути визначені як результатотворні. Структурні зв'язки визначають архітектуру системи, просторове розташування основних її елементів, контролюють міграційні потоки речовини й енергії. За генезисом зв'язки можуть бути геохімічними, гідрогеологічними, геофізичними, механічними й ін. Виявлення цих зв'язків дає змогу створити загальну структуру системи, необхідну для її вивчення і прогнозування поведінки. Останніми роками дослідження складних екосистем і процесів обов'язково передбачає елементи математичного моделювання.

У дослідженні фізичних процесів у структурних утвореннях Землі найчастіше моделювання пов'язане з використанням рівнянь математичної фізики (хвильового, теплопровідності, дифузії тощо). Цей підхід належить до так званого імітаційного моделювання (ІМ), що ґрунтується на застосуванні моделей математичної фізики, які є імітацією реального об'єкта дослідження. Під час дослідження об'єкта за допомогою ІМ традиційно мають справу з полями однієї природи, однорідними даними з малим рівнем шумів, відомими і заздалегідь визначеними математичними моделями. Водночас застосування ІМ в інших дисциплінах, таких як екологія, не має таких значимих успіхів, як у фізичних науках. Це пов'язано з тим, що в деяких випадках буває важко, а іноді

й неможливо побудувати більш-менш точну модель досліджуваного об'єкта. Ці труднощі принципові й пов'язані з обмеженістю наших знань про механізми процесів, що відбуваються, неможливістю одержання вичерпної інформації про їхній стан, похибками спостережень тощо. На рівні *моделювання* використовують спеціальні методи розрахунку параметрів, що характеризують стан екологічних проблем середовища і визначають форму зображення. Важливою позитивною якістю комп'ютерних математичних моделей є те, що їх легко коригувати в міру одержання додаткових даних або з інших причин, причому сучасні програмні засоби дають змогу уточнювати будову моделі тільки в локальному обсязі, обмеженому сферою впливу знову внесеної інформації, без її перебудови за межами цієї області. Така можливість різко підвищує оперативність побудов, особливо якщо коригування ведуть в інтерактивному режимі. Найбільш продуктивним є створення об'ємних цифрових моделей геологічних середовищ, оскільки саме вони здатні максимально повно реалізувати геолого-геофізичну інформацію, що характеризує об'єкт екологічних досліджень. Побудову подібних моделей можна розглядати як найважливіший елемент комп'ютеризованої технології пошуково-знімальних і розвідувальних робіт. Формування математичних моделей геологічних об'єктів [1] досить актуальне й у рамках геологічного довивчення територій, коли в практичний обіг одноразово залучають величезну кількість багатопланової, часто різномасштабної, а трапляється, і суперечливої інформації, отриманої внаслідок проведення робіт різних років і всілякої спрямованості. Подібна специфічна інформація потребує взаємопов'язувального осмислення з єдиної позиції.

У разі створення тривимірної моделі в усіх точках її об'єму виявляються визначеними та задані під час її побудови параметри, точність значень яких завжди обмежена, насамперед, з такої тривіальної причини, як трудомісткість отримання. Під час роботи з цифровою моделлю з'являється можливість порівняно легко і швидко реалізувати будь-який набір зображень об'єкта дослідження у вигляді карт і розрізів довільної орієнтації й у будь-яких комбінаціях. Ця обставина дає змогу шляхом послідовного перебирання практично необмеженої кількості варіантів зображення моделі об'єкта оперативно визначити і практично реалізувати оптимальні їхні види і ракурси, виявити значимі особливості його геологічної будови. Кваліфікований вибір режиму (або режимів) візуалізації тривимірної моделі

допомагає одержати об'єктивні уявлення про внутрішню будову досліджуваного об'єкта, полегшує виявлення й аналіз динаміки просторової зміни його речовинних, структурних або інших характеристик.

Реального підвищення точності геометричних побудов можна досягнути тільки за наявності достатньої кількості об'єктивних даних про геологічну будову досліджуваного об'єкта. У протилежному випадку, якщо є значний інформаційний дефіцит, що зумовлює суттєву неоднозначність структурно-геологічних побудов, можливе не виправдане зростання ролі алгоритмічних розв'язків задач інтерполяції й екстраполяції, закладених у використовувану систему математичного моделювання. Крім того, обмежене інформаційне забезпечення процесу моделювання призводить до різкого зростання інтерактивного режиму роботи на шкоду автоматичному, що породжує питання самої можливості підвищення оперативності побудов. У цих умовах важливо витримати розумний баланс між інтерактивним і автоматичним режимами роботи, маючи на увазі таке: якщо перший завантажений значним суб'єктивізмом і потребує великих тимчасових витрат, то не виправдана перевага другого режиму може призвести до надмірної структурної примітивізації моделі і, як уже зазначено, надмірного впливу конкретного математичного забезпечення структурно-геологічних побудов. Необхідно враховувати, що аж ніяк не всі широко застосовувані на практиці прийоми побудов і підходи до реалізації геологічної інформації, навіть, здавалося б, легко з'ясовні на інтуїтивному рівні, можуть бути повноцінно формалізовані. Нерідко досвідчений фахівець, керуючись мінімумом об'єктивних даних, може досягти кінцевого результату досить високого ступеня вірогідності в ситуації, коли, з математично строгого погляду, скільки-небудь обґрунтовані висновки неможливі в принципі. Як зазначено в [1], користувачам—геологам та екологам потрібна не формальна математизація досліджень, а реальне підвищення якості матеріалів і оперативність їхнього одержання. Оскільки візуальний аналіз графічних матеріалів карт і розрізів найбільш доступний і звичний будь-якому фахівцеві, що працює в геологічній галузі, то оперативність створення й оптимальна інформаційна наповненість подібних матеріалів є найважливішими чинниками, які визначають прикладну ефективність будь-якої системи, призначеної для цифрового моделювання геологічних об'єктів. Доцільно, щоб система була орієнтована на застосування широкодоступної, не надто дорогої обчислювальної техніки, а

можливо, більша кількість процедур, насамперед – процес візуалізації, були реалізовані максимально доступними засобами, особливо, якщо вони вбудовані в стандартне програмне забезпечення Windows. Геоінформаційні системи (ГІС) є оптимальним засобом для відображення й аналізу просторово розподілених геологічних та екологічних даних середовища. Вирішальну роль у становленні і розвитку такого напрямку модельних досліджень повинні відігравати цифрове екокартографування і геоінформаційні системи.

Тому з наукового погляду ГІС – це засіб моделювання і пізнання природних систем та дослідження всіх тих природних об'єктів і явищ, які вивчають науки про Землю і суміжні з ними, а також картографія, дистанційне зондування як засіб збирання, збереження, перетворення, відображення і поширення просторово-координованої не тільки географічної, а й екологічної, геологічної, геофізичної, петрофізичної та геохімічної інформації [2]. Сучасні геоінформаційні системи є новим типом інтегрованих інформаційних систем. Визначення ГІС як “комп'ютеризованої бази даних (БД)”, як “системи керування”, у якій зберігаються “просторові дані”, варто вважати неправильним або застарілим з низки причин. По-перше, база даних (і не одна) може бути в складі ГІС, а повна технологія опрацювання інформації в ГІС значно ширша, ніж робота з базою даних. По-друге, сучасна ГІС розрахована не просто на опрацювання даних, а на виконання в багатьох ситуаціях експертних оцінок. Іншими словами, ГІС повинна охоплювати експертну систему, а цього тільки на рівні бази даних досягти неможливо, тому що експертна система загальніша стосовно БД. На підставі аналізу цілей і завдань різних ГІС, що функціонують сьогодні, точнішим варто вважати визначення ГІС як *геоінформаційних систем, або інформаційних систем із цифровою інформацією про характеристики відповідних геологічних чи геофізичних структур Землі, а не як географічних інформаційних систем*. Це зумовлено і тим, що відсоток суто географічних даних у таких системах незначний, технології опрацювання даних мають мало спільного з традиційним опрацюванням географічних даних і, нарешті, географічні дані слугують лише базою розв'язування значної кількості прикладних задач, мета яких дуже далека від суто географічної. Зрозуміло, це не заперечує існування суто географічних інформаційних систем (аббревіатура та ж – ГІС), однак надалі ми під ГІС будемо розуміти

геоінформаційні системи. Отже, ГІС — це автоматизована інформаційна система, призначена для опрацювання просторово-часових даних, основою інтеграції яких слугує географічна інформація [3].

Виділення пріоритетних напрямів у вивченні й освоєнні екологічних проблем тісно пов'язане з проблемами раціонального використання природних ресурсів для охорони навколишнього середовища. Подібний взаємозв'язок виразно простежується через таку інтегральну галузь знань, як геоінформатика. Ця сфера діяльності в Україні з різних причин далека від рівня сучасних вимог, тоді як саме від неї вже найближчим часом можна очікувати нових імпульсів у визначенні додаткових можливостей розвитку геологічних, геофізичних, геохімічних наук та екології.

Пріоритетні напрями досліджень геоінформатики на найближчу перспективу такі:

- *створення сучасної системи інформаційного забезпечення наукової, аналітичної й управлінської діяльності з вивчення й освоєння надр;*
- *визначення умов формування, функціонування і відновлення необхідних інформаційних масивів;*
- *опрацювання принципів уніфікації і стандартизації для інформаційної взаємодії користувачів з виходом на міжнародні системні мережі.*

Отже, в разі проектування інформаційних систем, що супроводжують фундаментальні дослідження, важливим є створення комплексів технічних засобів, зокрема, автоматизованих робочих місць, програмно-технічних продуктів, локальних і глобальних обчислювальних мереж, каналів зв'язку тощо, інформаційно-вимірювальних систем і польових обчислювальних комплексів для різних методів вимірювання і рівнів зондування; організаційних структур, що забезпечують реалізацію (функціонування) геотехнологій. Призначенням системи, на відміну від суми знань про мінеральні ресурси надр, є забезпечення структур керування, проектування, зовнішніх споживачів необхідною геоінформацією.

Розвиток геоінформатики як однієї з перспективних галузей наукової діяльності припускає створення активного інформаційного моніторингу джерел інформації, її аналіз і трансформацію в зручні для користувачів форми, перехід від довідкових інформаційних полів до систем інформаційних моделей і комплексів задач, що забезпечують просування наукових досліджень і нагромадження нових знань про навколишнє середовище. Теоретично перед геоінформатикою стоїть комплекс проблем,

пов'язаних із виникненням нових знань про середовище на підставі інформаційних полів і процесів моделювання у поєднанні із задачею проблемно-орієнтованих систем інформаційного забезпечення досліджень у галузі оцінки екологічних проблем. Зрозумілими є переваги підходів, що полягають у розробці й аналізі фізичних, математичних і механіко-математичних моделей, із можливістю врахування різних особливостей будови реального геофізичного середовища.

Так побудовані системи фізико-математичного моделювання в середовищі ГІС-технологій можуть бути з успіхом використані для опрацювання і відображення результатів гідрогеологічних, інженерно-геологічних і геоекологічних досліджень. Тільки реальне об'єднання даних і уявлень у науках про Землю на підставі розробки реальної фізичної моделі різного типу середовищ Землі [4] дає змогу використовувати методи фізичного і комп'ютерного моделювання, створювати на наявній сучасній базі даних усіх фундаментальних наук про Землю. Могутнім чинником розширення функцій окремої ГІС також є здатність моделювання просторово визначених об'єктів [5] із залученням великої кількості ознак, значних обсягів вхідної і збереженої інформації, яка наявна для задач екології, охорони навколишнього середовища та збалансованого природокористування. Наголосимо, що галузь застосування цієї системи комп'ютерного тривимірного моделювання на основі ГІС не обмежена побудовою літолого-стратиграфічних моделей геологічних об'єктів. Систему можна ефективно використати для візуалізації й аналізу результатів інтерпретації даних будь-яких майданних геолого-геофізичних досліджень екологічних спостережень за умови, що ці результати є розподілом якого-небудь геологічного або геофізичного параметра по вертикалі. Зокрема, не становить труднощів створення інформативно насиченої об'ємної цифрової геоелектричної моделі геологічного середовища за даними інтерпретації матеріалів електричних зондувань.

Безсумнівний практичний ефект обіцяє застосування методики тривимірного моделювання в середовищі ГІС-технологій у процесі інтерпретації результатів досліджень багатьма методами глибинної геофізики (зокрема – радіохвильового й акустичного просвічування, вертикального сейсмічного профілювання, трикомпонентної магнеторозвідки й ін.). Об'ємне відображення даних подібних геофізичних досліджень полегшує їхній аналіз

на попередній стадії опрацювання і сприяє найповнішій реалізації укладеної в них інформації.

Для математичного моделювання поведінки потенційно небезпечних об'єктів треба створити фізико-математичну модель функціонування навколишнього середовища геоекосистеми та потенційно небезпечного об'єкта, що враховує усі відомі причинно-наслідкові зв'язки, продиктовані законами фізики і хімії, а також стохастичність деяких процесів тепло- і масообміну. Така модель без відповідної бази даних для ГІС-моделювання не може існувати. Врахування цього дасть змогу оцінити як імовірність виникнення аварії, так і негативні наслідки катастрофи задовго до її реалізації, що допоможе або запобігти катастрофі, або значно зменшити збиток від її екологічних наслідків.

-
1. *Аузин А.А., Глазнев В.В.* Разработка трехмерных компьютерных моделей геологических сред // Вестн. Воронеж. ун-та. Геология. 2000. Т. 5. С. 177.
 2. *Пономаренко Г.С.* Просторовий аналіз геолого-геофізичної інформації на основі картографічного моделювання // Геоінформатика. 2002. № 2. С. 28.
 3. *Фурман В., Дацюк Ю.* Геоінформаційні системи у моделюванні геофізичних та геологічних середовищ Землі // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. геол. 2004. Вип. 18. С. 10.
 4. *Wasson R.J., Claussen M.* Earth system models: a test using the mid-Holocene in the Southern Hemisphere // Quaternary Science Reviews. 2003. Vol. 21. P. 819.
 5. *Alves J-H.G.M.* Numerical modeling of ocean swell contributions to the global wind-wave climate // Ocean Modelling. 2002. Vol. 11. P. 98

PRINCIPLES OF MODELLING IN ECOLOGY BASED ON GIS TECHNOLOGIES

V. Fourman, B. Kuplovsky

The advantages of approach that includes the development and analysis of the physical, mathematical and mechanic-mathematical models with different peculiarities of real geophysical environmental is substantiated. Real combination of data and views in the Earth sciences is only rational on the base of the creation of the physical model of the Earth with using physical and mathematical modelling based on the all data from fundamental Earth sciences is proved.

7

ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ЗВ'ЯЗКУ РУХУ КОНТИНЕНТІВ ТА МАНТІЙНОЇ КОНВЕКЦІЇ

В. Фурман, М. Хом'як

*Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Грушевського, 4, м. Львів, 79005.*

E-mail: phis.geo@franko.lviv.ua

Матеріали про внутрішню будову Землі, отримані різними методами геології та геофізики, відображають винятково складну картину явищ. Проте їх можна намагатися пояснити на підставі відомих, часто гіпотетичних процесів. Побудувати несуперечливу модель еволюції нашої планети – означає використати фундаментальні закони фізики і сучасний математичний апарат. Сьогодні проведено дуже багато числових експериментів для дослідження теплової конвекції в мантиї Землі. Проблемі дослідження теплового стану надр Землі присвячено безліч праць, у тому числі за великими міжнародними проектами. Незважаючи на успіхи числового моделювання мантийної конвекції й океанічної літосфери як цілої, тектоніка плит є незавершеною. Поки що не вирішено головного завдання тектоніки літосферних плит і не побудовано моделі, які самоузгоджено описують розділення океанічної літосфери на окремі плити. Розширення й ускладнення наших знань про природу Землі та процеси у її надрах із застосуванням сучасних методів теоретичної фізики, нерівноважної термодинаміки, механіки та математики виявило обмежені можливості емпіричного підходу і спонукало перейти до іншого типу досліджень. Уявлення про зміну температури з глибиною оцінюють “з високим ступенем неоднозначності”, вони ґрунтуються на загальних фізичних розуміннях і непрямих даних. Зазвичай розв’язують задачу теплопровідності для моделі будови земної кори і верхньої мантиї Землі, яку конкретний автор вважає найімовірнішою в заданий момент з різними припущеннями. Розбіжність між результатами розрахунків за різними моделями для літосфери становить, у середньому, близько 100 % (від найменшого). Ще одна можливість оцінити розподіл температури в земній корі полягає у визначенні методами геофізики температурних реперів – положення меж, на яких після досягнення температури фазового переходу в якому-небудь з компонентів гірської породи або розчині, який заповнює її поровий простір (у загальному випадку – флюїді),

відбувається фазовий перехід, що супроводжується зміною будь-якої з фізичних властивостей породи.

Континенти покривають понад чверть поверхні Землі та регулюють вихід тепла з мантії, а тому повинні суттєво впливати на глобальну структуру мантійної конвекції. Потрібно виділити такі риси сучасної глобальної тектоніки Землі: тектоніка плит, нестационарна плюмова тектоніка і тектоніка рухомих континентів. Унаслідок сильного перегрівання речовини мантії конвекція є квазітурбулентною, завдяки чому на тлі загальної циркуляції виникають окремі плюми, що виходять на поверхню у вигляді гарячих осередків [1, 2]. У мантію Землі занурені тверді континенти, які плавають. На всій поверхні кожного континенту задають умови повного прилипання для мантійних плинів, а також безперервність температури і теплового потоку. З огляду на це континент рухається під дією повної сили в'язкого зчеплення з мантійними плинами на торцях і підшві континенту [3, 4]. Завдяки залежності в'язкості мантії від температури і тиску малов'язка астеносфера і високов'язкі океанічна та континентальна літосфери не є заданими, а самоузгоджено виникають як результат розв'язування рівнянь. Унаслідок моделювання континентів твердими товстими пластинами і явного використання природних змінних (швидкостей мантійних плинів, швидкостей континентів) стало можливим уперше описати не тільки поступальний рух континентів, а й їхнє обертання в просторі. На дво- і тривимірних моделях у декартовій і сферичній системах координат з'ясовано роль змінної в'язкості, залежної від температури, тиску і напруження, та вплив фазових переходів на структуру мантійних плинів. У цих моделях визначено, що високов'язка океанічна літосфера загалом може самоузгоджено виникати, якщо врахувати, що в'язкість мантійної речовини різко збільшується з температурою, особливо поблизу температури затвердіння.

Для глобальної тектоніки, як наслідку мантійної конвекції, характерні: участь океанічної літосфери у конвективному кругообігу мантії; наявність плюмів; регульований вихід тепла з мантії; часткова ізолюваність верхньої і нижньої мантій; і, нарешті, наявність рухомих континентів. Теплова енергія перетворюється в механічну роботу деформації та руйнувань літосфери, унаслідок чого сформувався вигляд сучасної Землі. Для опису теплової конвекції в мантії з континентами, що плавають у ній, маємо чотири класичні закони збереження: енергії, маси, імпульсу і моменту. Ці закони дають змогу

розраховувати еволюцію температури у в'язкій мантії, швидкості мантійних плинів, а також дрейф континентів. На відміну від океанічної літосфери, товщина якої не перевищує 80 км, літосферні корені континентів досягають глибин у сотні кілометрів. Однак це не заважає дрейфу континентальних плит, тому що вся мантія поводить себе як в'язка рідина. Зазначимо, що підкорова літосфера континентів і океанічна літосфера є областю мантії, яка відрізняється від решти мантії лише реологічними властивостями й може перемішуватися конвективними мантійними плинами.

Теплову конвекцію в'язкої мантії описують розподілом вектора конвективних швидкостей $V_i(x, y, z)$, розподілом температури $T(x, y, z)$ і тиску $p(x, y, z)$. У наближенні Бусінеска ці невідомі функції знаходять, розв'язуючи систему трьох рівнянь: рівняння перенесення імпульсу, рівнянь перенесення тепла і маси. У цих змінних рівняння конвекції, де R_a – число Релея, набудуть вигляду

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} + R_a T \delta_{i3} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla T = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + Q, \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3)$$

Континенти можуть опускатися (коли вони перебувають над спадними мантійними потоками) разом з поверхнею мантії і щодо неї та підійматися (у місцях висхідних потоків). Оскільки сила тяжіння врівноважена силою виштовхування, то зовнішня сила, яка діє на континент, зводиться до сили в'язкого зчеплення з мантією, у цьому разі тиск p потрібно вважати відліченим від гідростатично рівноважного. Отже, для горизонтального руху й обертання навколо миттєвої вертикальної осі твердого континенту довільної форми рівняння Ейлера зводяться до системи трьох рівнянь. Якщо знехтувати інерційними членами, то рівняння Ейлера для руху континентів дають шість співвідношень для знаходження шести невідомих: координат центра ваги континенту $x_c(t), y_c(t)$, кута його повертання ϕ і швидкостей континенту $u_0(t), v_0(t)$. Рівняння для розподілу температури T_c усередині твердого континенту у початковій нерухомій системі координат зводиться до

рівняння теплопровідності з адвективним перенесенням тепла зі швидкостями, що задовольняють співвідношення

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla T_c = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial T_c}{\partial x_i} \right) + Q_c, \quad (4)$$

де Q_c – густина теплових джерел усередині континенту. На межі твердих рухомих континентів приймаємо умову непротікання і прилипання, тобто рівність швидкостей рідкої мантиї і швидкостей континенту на всій поверхні зануреної в мантию частини континенту. Отже, математична проблема зводиться до такого [5]. Маємо три невідомі функції координат і часу для мантийної конвекції: вектор швидкостей мантийних плинів $V_i(x, y, z)$, розподіл температури $T(x, y, z)$ і розподіл тиску $p(x, y, z)$, а також чотири невідомі функції часу для руху континентів як цілих: два компоненти миттєвої швидкості поступального руху центра ваги, один компонент миттєвої кутової швидкості обертання континенту навколо центра ваги $\omega(t)$ і розподіл температури в континенті $T_c(x, y, z)$. Для їхнього розрахунку маємо систему взаємозалежних рівнянь: три диференціальні рівняння конвекції (1)–(3), три інтегральні співвідношення, до яких звелися рівняння Ейлера і рівняння перенесення тепла в континенті (4). Знаючи в заданий момент положення і швидкості континенту, можна знайти його положення в наступний момент часу. Відмінність розглянутої задачі з континентом, який вільно плаває, від відомої задачі з нерухомим континентом полягає в тому, що граничні умови для швидкостей плинів і температури на межі з континентом ставлять у місці перебування континенту, що плаває, швидкість і положення якого заздалегідь невідомі, їх визначають з розв’язування системи взаємозалежних диференціальних рівнянь.

У числовій моделі мантийної конвекції в сферичній тривимірній мантиї з континентами, що вільно плавають, мантию моделюють в’язкою рідиною, у якій під час нагрівання виникає теплова конвекція. Коли помістити в мантию континенти, то вони починають дрейфувати під впливом сил в’язкого зчеплення з мантийними плинами. За допомогою числових методів розв’язують систему рівнянь перенесення маси, тепла і кількості руху для конвекції у в’язкій мантиї і пов’язану з нею систему рівнянь Ейлера для руху твердих континентів. Мантия і континенти взаємодіють між собою механічно і шляхом обміну теплом. У разі слабкої конвекції в сферичній мантиї

утвориться лише декілька висхідних і спадних потоків. У цьому випадку спадні потоки виявляються частково пов'язаними між собою.

Континент, який вільно плаває, затягується в один зі спадних мантийних потоків. Оскільки за розміром і формою континент не збігається з зонами спадних потоків, то його положення виявляється хитким, і він постійно дрейфує. Якщо нема інших континентів і будь-яких зовнішніх сил, то континент рухається вздовж системи спадних потоків. Континенти можуть безпосередньо зіштовхуватися, а також взаємодіяти один з одним опосередковано через мантию, змінюючи структуру її конвекції. В теорії тектоніки літосферних плит як рушійний механізм розглянуто мантийну конвекцію. Однак безпосередніх доказів її реального прояву не було доти, доки сейсмічною томографією в мантиї не виявлено чергування розігрітих і охолоджених ділянок, стійке збереження яких без конвекції неможливе. Проте природу конвекції розуміли й усе ще розуміють неоднаково: одні вважають її суто тепловою, інші відстоюють термохімічну природу. Теплова складова, безсумнівно, є провідною, і це доводить успішне комп'ютерне моделювання кінематики плит [6].

Донедавна всі глобальні конвективні моделі розраховували на підставі припущення, що мантийні неоднорідності густини зумовлені винятково варіаціями поля температур. Однак, мабуть, це припущення не справджується для верхньої мантиї континентів. Для того, щоб узгодити цю суперечність, Т. Джордан [7] запропонував гіпотезу, відповідно до якої збільшення густини, зумовлене зниженням температури, скомпенсоване під кратонами завдяки змінам хімічного складу, що спричинені виплавленням з первинної мантийної речовини деяких компонентів на формування кори. Правильність гіпотези Т. Джордана підтверджена експериментальними даними, що отримані на підставі аналізу зразків перидотитів з різних кратонів, згідно з якими густина мантийної речовини під ними може бути знижена (за однакових TP умовах) на 1,5–2,5 % щодо верхньої мантиї молодих континентальних або океанічних структур [2, 5, 6]. Проте ступінь цієї компенсації дотепер не визначений, також не з'ясовано, до яких глибин можуть поширюватися теплові й хімічні аномалії під континентами. За цих умов уже наявні в мантиї великі неоднорідності густини повинні спливати або тонути (залежно від того, легші чи важчі вони від мантиї) на порядок швидше, ніж малі плюми під час зародження в низах мантиї. Наявність у

мантії великих неоднорідностей свідчить, однак, що вони рухаються в ній досить повільно, проходячи цей шар за час близько сотень мільйонів років.

Отже, дослідження структури розподілу густини мантії має вирішальне значення для розуміння еволюції Землі, тому що саме диференціація густини в мантії, пов'язана з варіаціями температури і хімічного складу, – рушійна сила мантійної конвекції. Важливо, що цей аналіз ґрунтується тільки на вірогідно відомих сейсмічних даних, які є підставою для отримання залежності теплового стану мантії від можливих варіацій не тільки температури, а й інших термодинамічних характеристик у різних точках глибинних структур верхньої мантії Землі.

-
1. *King Scott D.* Subduction zones: observations and geodynamic models // *Physics of The Earth and Planetary Interiors*. 2001. Vol. 127. P. 9–24.
 2. *Kissling E., Husen S., Haslinger F.* Model parametrization in seismic tomography: a choice of consequence for the solution quality // *Physics of The Earth and Planetary Interiors*. 2001. Vol. 123. P. 89–101.
 3. *Anderson D.L.* The power balance at the core–mantle boundary // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2002. Vol. 131. P.1–17.
 4. *Trubitsyn V.P.* Principles of the tectonics of floating continents // *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. 2000. Vol. 36. P. 708–741.
 5. *Фурман В.В., Павлюк О.М.* Особливості моделювання геодинамічних процесів та термодинамічні характеристики глибинних структур // *Вісн. Львів. ун-ту. Сер. геол.* 2004. Вип. 18. С. 112–136.
 6. *Ghent E.D., Dipple G.M., Russell J.K.* Thermodynamic models for eclogitic mantle lithosphere // *Earth and Planetary Science Letters*. 2004. Vol. 218. P. 451–462.
 7. *Mooney W.D., Vidale J.E.* Thermal and chemical variations in subcrustal cratonic lithosphere: evidence from crustal isostasy // *Lithos*. 2003. Vol. 71. P. 185–193.

THERMODYNAMIC APPROACH TO THE MODELLING OF CONNECTION BETWEEN CONTINENT MOVEMENT AND MANTLE CONVECTION

V. Fourman, M. Khomyak

It is emphasized on importance of forming the Earth's model (physical or mathematical), within whole structures, phenomena and processes can be considered as general and joint ones.

7

ЗАСТОСУВАННЯ СКІНЧЕННОЕЛЕМЕНТНОГО ПІДХОДУ ДЛЯ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ГРАВІТАЦІЙНИХ АНОМАЛІЙ

В. Фурман, М. Хом'як, Л. Хом'як

*Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Грушевського, 4, м. Львів, 79005.
E-mail: phis.geo@franko.lviv.ua*

Застосування геофізичних методів дослідження є одним з важливих джерел наших знань про внутрішню будову Землі. В разі комп'ютерного моделювання існує потреба в доступному програмному забезпеченні, що, як з'ясовано нижче, можна ефективно реалізувати в електронних таблицях мовою VBA. Як відомо [1, 2], аномалію вертикальної складової прискорення сили тяжіння для одиничної маси в точці $A(x', y', z')$ з боку точкового джерела аномалії з масою dm , розміщеного в точці $M(x, y, z)$, обчислюють за формулою

$$\Delta g = G \frac{(z' - z)dm}{R^3}, \quad dm = (\rho - \rho_0)dV, \quad (1)$$

де G – гравітаційна стала; $dV = \Delta x \Delta y \Delta z$ – малий елемент об'єму, $(\rho - \rho_0)$ – позірна густина, яка дорівнює різниці густин порід ρ , що утворюють аномалію, та густини навколишніх порід ρ_0 ; R – відстань між точками A та M . Для комп'ютерного моделювання одиниці вимірювання вхідних даних зручно вибрати так: густина – у тоннах на метр кубічний, координати і відстані – у метрах; тоді Δg отримуватимемо в мілігалах, якщо взяти $G = 6,67259 \cdot 10^{-3}$.

Оскільки формула (1) містить різницю координат точок A та M , то значення Δg не залежить від вибору початку системи координат. Тому можна ввести локальну картезіанську систему координат з початком у точці A , де

осі x та y орієнтовані в горизонтальній площині, а z відображає відносну глибину точки M . Для важливого двовимірного випадку нескінченного тіла, наприклад, у напрямі y , коли можна скористатися гіпотезою рівноправності вертикальних перерізів, матимемо

$$\Delta g = 2G \int_S \frac{z}{r^2} (\rho - \rho_0) dx dz, \quad (2)$$

де $r = \sqrt{x^2 + z^2}$, $V = S \times (-\infty; +\infty)$ – зображення об'єму через прямий добуток поперечного перерізу S для тіл нескінченної протяжності вздовж $y \in (-\infty; +\infty)$.

Наша мета – довести можливість та ефективність застосування скінченноелементного підходу до прямої задачі гравіметрії, реалізованого в електронних таблицях Excel, та розв'язання типових задач, що ілюструють важливі особливості гравіметричних досліджень. Не обмежуючи загальності підходу, обмежимося 2D-випадком.

Застосування методу скінченних елементів.

Ідея скінченноелементного підходу [3] полягає в такому:

1) розбиття області S на чотирикутні та трикутні елементи, що не перетинаються, і зображення аномалії Δg як суми скінченної кількості внесків усіх (окремих) елементів:

$$\Delta g = G \sum_i \Delta \rho_i \int_{S_i} \frac{z}{r^2} dS_i, \quad (3)$$

де $\Delta \rho_i = \rho - \rho_0$ – середнє значення позірної густини на i -му елементі.

2) відображення кожного з елементів на стандартний одиничний елемент, локальні координати якого змінюються в межах від -1 до $+1$:

$$\mathbf{r}, z = \sum_k N_k(\xi, \eta) \mathbf{r}_k, z_k, \quad (4)$$

де x_k, z_k – координати k -ї вершини одного з елементів; N_k – функції форми елемента;

3) числовому інтегруванні з використанням квадратурних формул. Серед багатьох квадратурних формул перевагу часто надають формулам Гауса

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{-1}^{+1} f\left(\frac{b-a}{2}\xi + \frac{a+b}{2}\right) \left(\frac{b-a}{2}\right) d\xi = \left(\frac{b-a}{2}\right) \sum_{k=1}^n w_k f_k + O(b-a)^{2n}, \quad (5)$$

де f_k – значення підінтегральної функції в точці Гауса з локальними координатами ξ_k ; w_k – вагові коефіцієнти. Для 2D-випадку формулу (5) узагальнюють за ієрархічним принципом

$$\int_{\xi^{(0)}}^{\xi^{(1)}} \int_{\eta^{(0)}}^{\eta^{(1)}} f(x, y) dx dy dz = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) |J_2| d\xi d\eta \approx \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n w_k w_l f(\xi_k, \eta_l) |J_{2,kl}|. \quad (6)$$

Тут $|J_2| = \frac{\partial(x, z)}{\partial(\xi, \eta)}$ – якобіан переходу від глобальних координат (x, z) до

локальних (ξ, η) , що чисельно дорівнює відношенню площ елемента S_i та стандартного елемента ($2 \times 2 = 4$). Для наших досліджень обмежимося одноточковою формулою ($n = 1$) в локальній точці $\xi_1, \eta_1 = 0$ з ваговим коефіцієнтом $2 \times 2 = 4$, що точна для білінійного наближення підінтегральної функції, а отже, знаходження інтеграла (6) замінюємо сумою добутків підінтегральної функції (3) в центральній точці елемента на його площу (теорема про середнє). Особливо ефективним такий підхід буде для прямокутних елементів, для яких легко наперед оцінити їхню площу.

Алгоритм знаходження Δg в електронних таблицях.

0. Ініціалізація масивів координат вузлів (rCoord), зв'язності вузлів на елементі (rElements), густин порід (rDensity) і точок профілю (rProfile).

1. Цикл по точках профілю $i_p = 1, \dots, nPt$:

$\Delta g := 0$. Глобальні координати точки (x_g, z_g) .

2. Цикл підсумовування внесків окремих елементів, $el := 1, \dots, nEl$:

$IDmat := rElements(el, 2)$; $\rho_{el} := rDensity(IDmat, 2) - \rho_0$.

3. Цикл по точках інтегрування, $k = 1, \dots, 4$:

– визначення глобальних координат $(x_k, z_k) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi_k, \eta_k)(\xi_i, \xi_i)$, де

(ξ_i, ξ_i) – координати вузлів на елементі el ;

– перехід до локальних координат відносно точки на профілі $(x := x - x_g, z := z - z_g)$.

– знаходження якобіана:

$$J_{2,k} = \left| \frac{\partial(x,y)}{\partial(\xi,\eta)} \right| = \left| \begin{array}{cc} \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi}(\xi_k, \eta_k) \epsilon_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi}(\xi_k, \eta_k) \epsilon_i \\ \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta}(\xi_k, \eta_k) \epsilon_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta}(\xi_k, \eta_k) \epsilon_i \end{array} \right|, i=1, \dots, 4$$

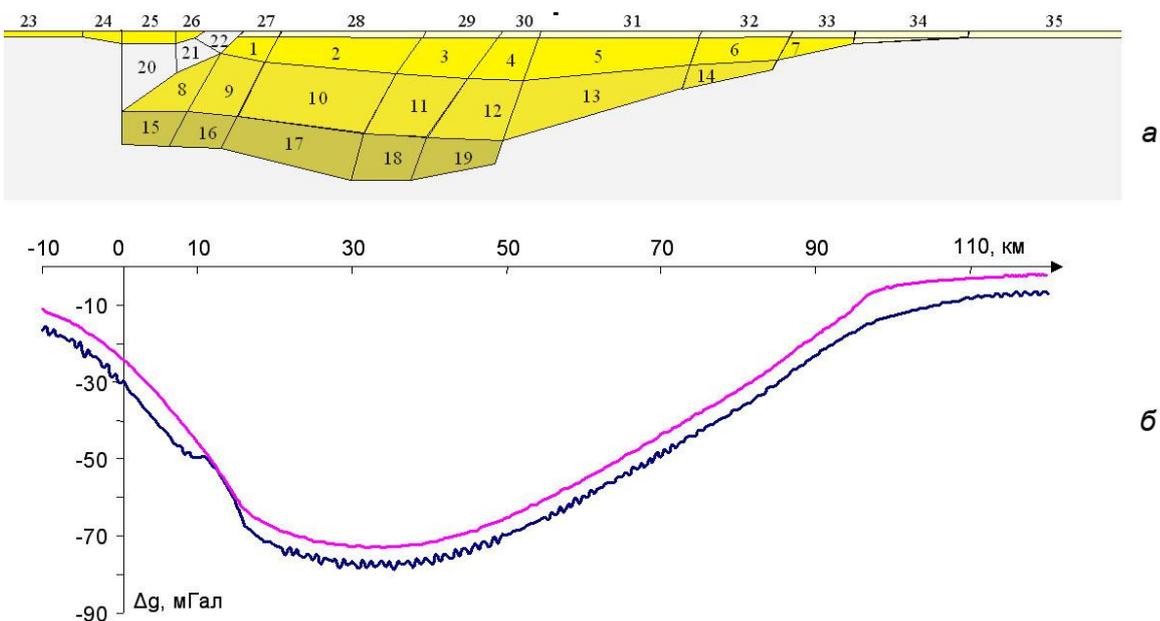
і обчислення підінтегральної функції та внеску в активній точці Гауса:

$$\Delta g := \Delta g + \rho_{el} \frac{z_k}{x_k^2 + z_k^2} J_{2,k}$$

4. Завершення внутрішніх циклів по k та el (чи перехід на п. 3 і 2, відповідно).
5. Видрукувати Δg ; $i_p = i_p + 1$ і перейти на п. 1 або Stop, якщо $i_p = nPt$.

Модельний приклад. На рисунку, *a* зображено модельну задачу для дослідження аномалій прискорення сили тяжіння, зумовлену відмінностями густин осадових порід $\rho(x, z)$ та фундаменту басейну ρ_0 . Цей вертикальний розріз характерний для регіону Українських Карпат (значно спрощено і схематизовано); ідею якого підказано відомими картографічними даними (геотраверс II) [4]. Модель

утворена з 35 довільно орієнтованих чотирикутників (суперелементів), що складаються з 757 елементів і містять 1204 вузли. Середнє значення густин усіх суперелементів (крім № 21–23, див. рисунок, *a*) вибрано однаковими, $\rho = 2,57 \text{ г/см}^3$, а порід фундаменту (*a* також блоків № 21–23) – $\rho_0 = 2,7 \text{ г/см}^3$. Початок системи координат вибрано на поверхні між 24 і 25 суперелементом, профіль довжиною 130 км містить точки через 500 м.



Блокова модель густини, побудована на підставі геотраверсів через Українські Карпати – основа для побудови скінченно-елементного розбиття (а); графіки Δg з урахуванням (нижня лінія) та без урахування (верхня лінія) верхнього (приповерхневого) шару елементів (б).

Отримана якісна картина регіональної аномалії показана на рисунку, б. Нижній графік містить осциляції, зумовлені числовим інтегруванням верхнього шару елементів. Якщо задати для них нульову позірну густину $\rho - \rho_0 = 0$, то отримаємо верхній графік, який практично не містить таких осциляцій, тобто вплив від глибших елементів згладжується. Якісно отримані графіки Δg відповідають регіональній аномалії, а по порядку – навіть числовим значенням, що підтверджує вірогідність результатів комп'ютерної симуляції.

-
1. *Сорокин Л.В.* Гравиметрия и гравиметрическая разведка. М., Л.: Гостоптехиздат, 1953. 483 с.
 2. *Methods in Computational Physics. Advances in Research and Applications. Vol. 13. Geophysics (Volume Editor Bolt B.A.):* New York and London, Academic Press, 1973. 465 p.
 3. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ. М.: Мир, 1975. 541 с.
 4. Материали по глубинному строению и геологическому развитию Украинских Карпат и их платформенного обрамления/ Ред. В.В. Глушко, С.С. Круглов. Геотраверс III по линии Городок – Коломыя – Рахов масштаба 1:200 000/ Составили В.В. Глушко, С.С. Круглов, С.Е. Смирнов, В.В. Соллогуб, Л. Е. Фильштинский, А.В. Хижняков, А.В. Чекунов (на 2-х листах). – УкрНИГРИ, 1980.

APPLICATION OF THE FINITE ELEMENT APPROACH TO COMPUTER SIMULATION OF GRAVITY ANOMALIES

V. Fourman, M. Khomyak, L. Khomyak

The numeral integration technique to calculate the gravity anomalies of the geological bodies of complex geometry and different densities using the finite element approach is developed.

7

НОВИЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ПОБУДОВИ КАРТИ ГУСТИНИ ЛІНЕАМЕНТІВ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ ТЕКТОНІЧНИХ СТРУКТУР УКРАЇНСЬКИХ КАРПАТ

М. Хом'як¹, А. Бубняк²

¹Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна

²Кадоган Петролеум плк, м. Київ, Україна

Лінеаменти (від лат. *lineamentum* – лінія, контур) є поширеними рисами земної поверхні. Інформацію про лінеаменти можна порівняно легко з'ясувати, зокрема, за різноманітними картами без виконання теренових досліджень. Комп'ютерний аналіз лінеаментів інтенсивно застосовують, особливо останніми двома десятиліттями [1–4], для вивчення систем активних розломів, гідрогеологічних застосувань і структурних досліджень. Розломи, тріщини, літологічні контакти, зазвичай, виявлені в геоморфологічних структурах і є наслідком їхнього генетичного зв'язку. Орієнтація лінеаментів, їхня кількість і довжина в межах деякої репрезентативної площі мають важливе значення для комплексної інтерпретації; вони можуть доповнювати тектонічно-структурні, геофізичні й інші дані, що мають просторовий розподіл та орієнтацію. Кореляція даних про лінеаменти з приповерхневими та глибинними структурами й процесами є перспективним напрямом статистичного опрацювання геоданих та актуальним завданням аналізу різних тематичних карт.

Геометрично лінеамент – це відрізок на карті або декілька з'єднаних послідовно відрізків у вигляді ламаної лінії, для яких задають двовимірні координати. Лінеаменти можна отримати вручну трасуванням важливих, на думку користувача, рис на топографічних картах, на підставі аналізу цифрових моделей рельєфу або аеро- чи космо-фотознімків дистанційного зондування Землі. Для методу ручного виділення та інтерпретації лінеаментів характерним є суб'єктивізм і залежність від досвіду дослідника. Об'єктивніший підхід передбачає розробку та апробацію алгоритмів і програмного забезпечення, які працюють у тісному зв'язку з технологіями геоінформаційних систем [1]. Навіть простіша задача знаходження

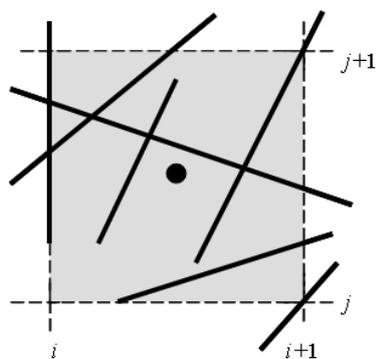
статистичних характеристик ще не є остаточно розв'язаною, про що свідчить поява нових публікацій на цю тематику [1, 3]. Наведемо деякі особливості аналізу лінеаментів: 1) трактування феномена “лінеамент” залежно від тематики дослідження, що допускало б змістовну інтерпретацію результатів; 2) вибір розміру репрезентативної “комірки” та її форми (найчастіше квадрат або коло); 3) формати вхідних і вихідних даних, їхня верифікація й оптимізація, вибір алгоритму та його програмна реалізація.

Наша мета – розробка ефективного алгоритму розрахунку густини лінеаментів, а також його апробація для побудови й аналізу відповідної карти для Українських Карпат.

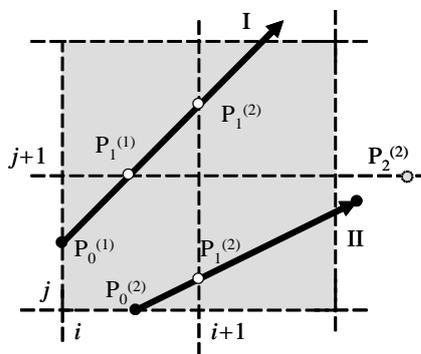
Розглянемо алгоритмічні основи побудови карти густини лінеаментів. Уважатимемо, що інформацію про самі лінеаменти вже задано в прямокутній системі координат x та y . Для простоти обмежимося прямокутною в плані ділянкою, для якої можна ввести регулярне розбиття вздовж кожної з координат з кроком Δx та Δy . Довжину лінеаментів, що перетинають деякий елемент, “приписуватимемо” його центральній точці. З погляду виділення елементів розбиття, простоти обчислень, що ґрунтуються на формулах лінійної геометрії, перевагу мають прямокутні, особливо квадратні елементи. З іншого боку, можна припустити, що порівняно з покриттям кругами методологічно виникає деяка анізотропія підрахунку густини лінеаментів (~20%) у напрямках осей координат і під кутом 45° до них (по діагоналі квадрата). Однак методи інтерполяції, що використовує комп'ютерна картографія, такі як кригінг у програмі Surfer, дає той же порядок похибки. Тому переваги покриття кругами чи регулярної сітки з прямокутників принаймні неочевидні, і якість лінеаментного аналізу кінцево залежить від можливості інтерпретації карти-результату.

Стосовно елемента розбиття відрізок лінеаменту може починатися (закінчуватися) на контурі елемента чи в його внутрішній точці, перетинати сусідню горизонтальну або вертикальну лінію, проходити строго по одній з них або дотикатися до елемента в кутовій точці (рис. 1, *a*). Можливі два основні підходи до опрацювання лінеаментів: 1) у циклі по елементах розбиття області знаходимо перетин лінеаменту (або відрізка прямої) з вибраним елементом, а довжину знайденого перетину підсумовуємо; 2) навпаки, першим виконуємо цикл по лінеаментах і знову ж таки, як і в першому випадку, шукаємо перетин з елементом розбиття та додаємо внесок.

Теоретично обидва підходи займатимуть $N \times M$ одиниць часу, де N – кількість одиниць розбиття області, M – кількість лінеаментів, а одиниця часу відповідає базовій операції знаходження довжини перетину відрізка з квадратом. За другим підходом ми пропонуємо враховувати такий факт: окремий відрізок (лінеамент) перетинає лише частину елементів розбиття N_0 (зазвичай, N_0 значно менше від N), що грубо можна оцінити за координатами початку та кінця відрізка. Оптимальний підхід має враховувати напрям цього відрізка $(\Delta x, \Delta y)$. У цьому випадку кількість елементів, які перетинає лінеамент, відповідає кількості елементів розбиття для циклу підсумовування довжин лінеаментів. Базова операція знаходження довжини лінеамента в окремому елементі розбиття передбачає таке: 1) за відомою стартовою точкою $P_0^{(1)}$, що є початком лінеамента або лежить на одній з ліній – горизонтальній чи вертикальній, знаходимо перетин променя в напрямі лінеамента з наступною горизонтальною чи вертикальною лінією розбиття (для фіксованого x чи y другу координату знаходимо за аналітичною формулою прямої); 2) вибираємо за кінцеву ту точку, відстань до якої від стартової точки менша, наприклад, якщо $\Delta x > 0$, то $x(P_1^{(1)}) < x(P_1^{(2)})$ для лінеамента I на рис. 1 б; 3) якщо відстань від вибраної точки $P_1^{(1)}$ до кінця лінеамента більше нуля, то переприсвоюємо стартову точку $P_0^{(1)} := P_1^{(1)}$, інакше опрацьовуватимемо наступний відрізок або лінеамент до вичерпання всього списку.



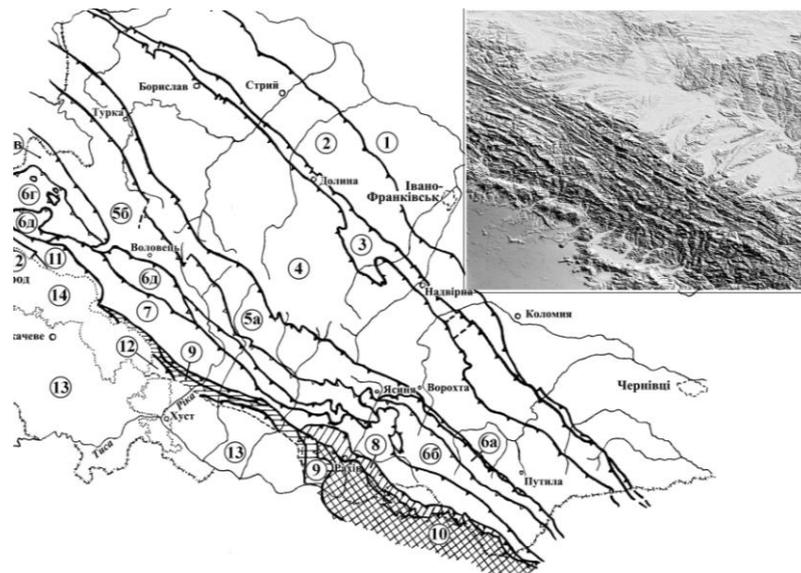
a



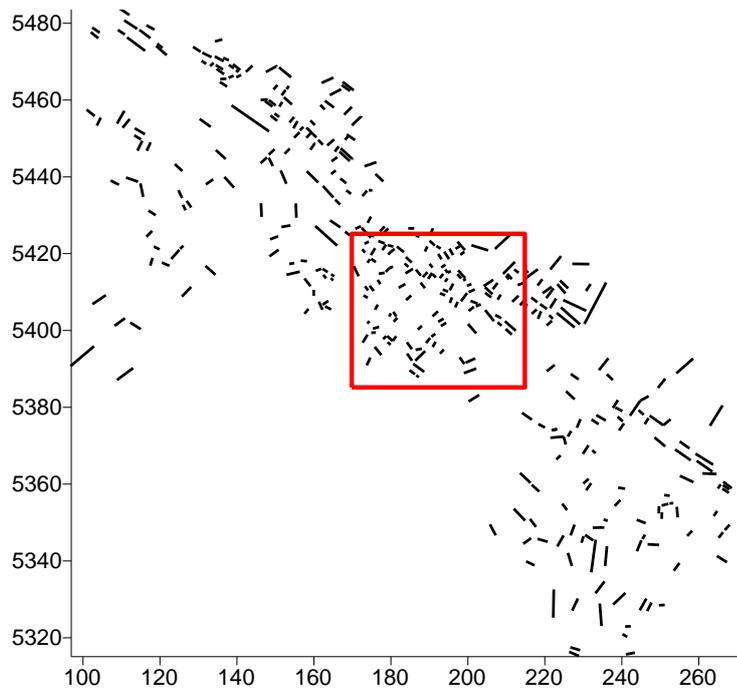
б

Рис. 1. Варіанти перетину лінеаментів з квадратом (а); ілюстрація до алгоритму пошуку наступної точки перетину лінеамента з горизонтальною чи вертикальною лінією розбиття області (б).

Як приклад побудови карти густини лінеаментів ми вибрали регіон Українських Карпат, оскільки він є добре вивченим з геологічного погляду. Використано базу даних про лінеаменти для всієї Карпатської дуги, а детальніші дослідження стосуються ділянки, показаної прямокутником, рис. 2, б. Карту побудовано в системі координат Гауса–Крюгера, координати наведено в кілометрах, по горизонтальній осі відкладено зміщення від осьового меридіана четвертої зони (21° довготи). Отримані результати (рис. 3) мають змістовну геологічну інтерпретацію (див. для порівняння рис. 2, а), а надалі виявлені кореляції плануємо оцінити й кількісно в рамках створюваного програмного комплексу.



a



б

Рис. 2. Тектонічна схема Українських Карпат (за В.В. Глушком, В.В. Кузовенком, В.Є. Шлапінським, 1997–2002 рр.) та цифрова модель рельєфу (на врізці) (а); карта лінементів, рамкою показано район для побудови карти густини лінементів (б).

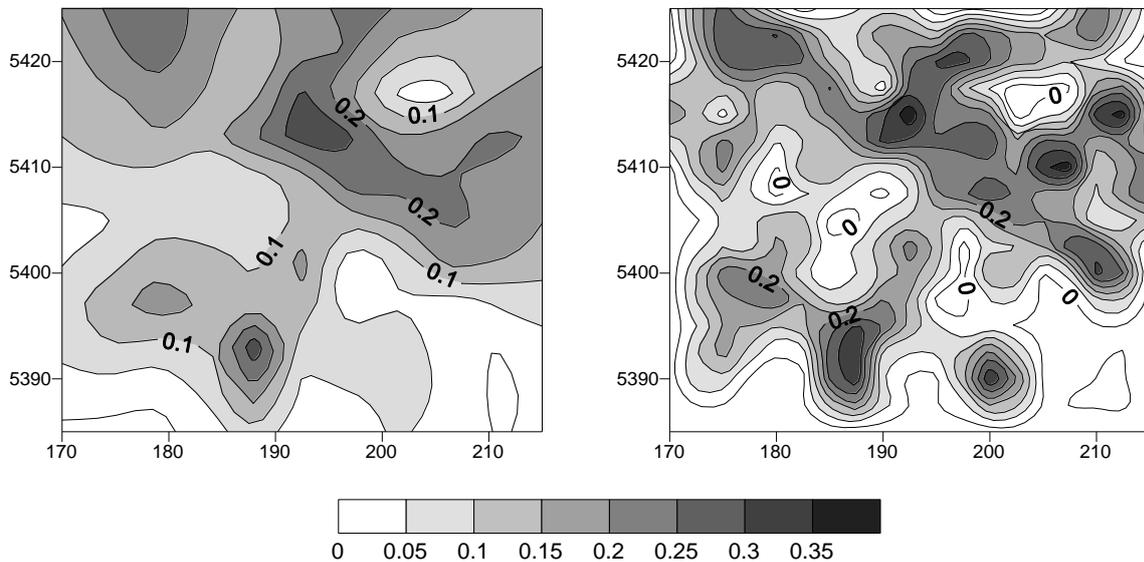


Рис. 3. Карта густини лінементів ($\text{км}/\text{км}^2$), побудована для розмірів елемента розбиття 5×5 км і $2,5 \times 2,5$ км з використанням кригінг-інтерполяції в програмі Surfer.

1. Kim G. B., Lee J. Y., Lee K. K. Construction of lineament maps related to groundwater occurrence with ArcView and Avenue™ scripts // Computers & Geosciences. 2004. Vol. 30 (9–10). P. 1117–1126.

2. *Clark C. D., Wilson C.* Spatial analysis of lineaments // *Computers & Geosciences* . 1994. Vol. 20 (7–8). P. 1237–1258.
3. *Ekneligoda T. C., Henkel H.* The spacing calculator software—A Visual Basic program to calculate spatial properties of lineaments // *Computers & Geosciences*. 2006. Vol. 32 (4). P. 542–553.
4. *Casas A. M., Cortésb A. L., Maestroa A. et al.* LINDENS: A program for lineament length and density analysis // *Computers & Geosciences*. 2000. Vol. 26 (9–10). P. 1011–1022.

**A NEW ALGORITHM TO CONSTRUCT OF LINEAMENT DENSITY MAPS
AND ITS APPLICATION TO ANALYZE OF TECTONIC STRUCTURES OF
UKRAINIAN CARPATHIANS**

M. Khomyak, A. Bubniak

We propose a new technique of lineament density map calculation implemented in VBA code. An example of lineament set manually digitized for the Ukrainian Carpathians is analyzed. The relations between lineament density and geological data is tested.

7